

# 探究的な学びへと導く数学指導

名古屋市立牧の池中学校 水谷 明敏

## 1 研究のねらい

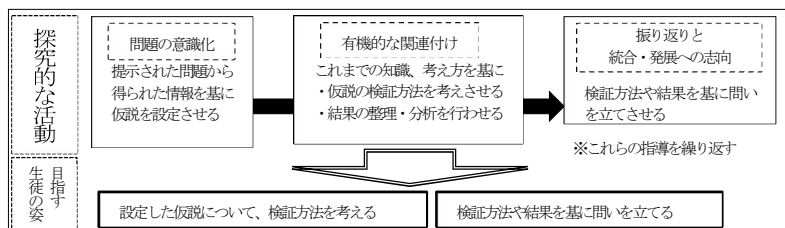
ナゴヤ学びのコンパス(2023)では、重視したい学びの姿の一つに「夢中で探究する」姿が挙げられている。また、探究的な学びについては「子どもたちが夢中になって、またじつくりと、自分なりの問いを立て、自分なりの方法で、自分なりの答えにたどり着くことができる」ことが述べられており、数学指導においても探究的な学びが必要であると考えます。

中学校学習指導要領解説総合的な学習の時間編に、探究的な学習の過程は、①課題の設定②情報の収集③整理・分析④まとめ・表現の①～④を繰り返すものとして示されている。また、井上ら(2020)は数学科の授業における探究的な活動を、「問題の意識化」、「有機的な関連付け」、「振り返りと統合・発展への志向」【資料1】の三つの側面を含んだ問題解決活動と捉えている。私は、数学指導においても、探究的な学習の過程として、この三つの側面を効果的に位置付けることで、探究的な学びへと導きたい。

- 1 問題の意識化  
目の前の状況に提示した情報から、学習者によって問題が発見される。
- 2 有機的な関連付け  
利用する知識や概念、あるいは方法に関して学習者の中で有機的な関連付けがなされる。
- 3 振り返りと統合・発展への志向  
多様な側面から解決の方法や結果を振り返ることを通して、統合的な視点を得たり発展性や新たな問題が認識されたりする。

【資料1 数学科の授業における探究的な活動に必要な三つの側面】

本研究では、「仮説の検証方法を考える場面」と「問いを立てる場面」で手立てを講じ、目指す生徒の姿に迫っていく。本研究によって育つ生徒は、「設定した仮説について検証方法を考え、その検証方法や結果を基に問いを立てることができる生徒」として研究を進めていく。なお、「提示された問題から生徒が発見した結果」を「仮説」、「仮説がいつでも成り立つかどうか確かめる方法」を「検証方法」、「振り返りにおいて生じる疑問」を「問い」とする。【資料2】



【資料2 研究構想図】

「探究的な学びへと導く数学指導」は、2年「式の計算」を例にすると以下のような流れとなる。【資料3】

**問題** 体育大会のトラックの謎を解こう。

**仮説の検証方法を考える場面**

最初のスタート位置がそろっていないね。いろいろな長さを調べてみよう。

外側のレーンの人は多く走ることになるから、同じ距離にするためにスタート位置を  $\pi m$  ずつずらしてスタートしているんじゃないかな。「**仮説**」

**仮説はいつでも成り立つのかな。検証する方法を条件や場面を変えたり、今までの学びと掛け合わせたりして考えよう。**

他の大きさのトラックでも同じになるか調べてみよう。「**検証方法**」

レーンの幅を変えたり、半円を大きくしたりしたら、半円を大きくしても差は変わらないけど、レーンの幅を半分にしたら、距離の差が半分になったよ。

**結果や得られた情報などをグループで共有して、共通点と相違点を記述しよう。**

同じなのは、レーンの幅によって距離の差が変わること。違うのは文字を使っているかどうかということだね。文字を使うといつでも成り立つことがよく分かるね。

**学んだことで、気になったことやもっと調べたいことに着目して問いを立てましょう。**

トラックの形が円じゃなくても、文字を使って表すことができるかな。「**問い**」

レーンの幅は1mで、計算したらレーン半周分の差が全部  $\pi m$  ずつだったよ。

文字式を使って、同じ距離になるかを確かめてみよう。「**検証方法**」

文字を使ったら、いつでも幅  $\times \pi$  が距離の差になったよ。

※ このような数学指導を繰り返す。

【資料3 探究的な学びへと導く数学指導の流れ(2年「式の計算」)】

## 2 研究の内容

(1) 対象生徒 3年3組 (30人)

(2) 生徒の実態

本学級の生徒は、教師から与えられた問題について素直に考えようとする様子が見られる。一方で、問題解決後に導いたことがいつでも成り立つのか考えたり、自分なりの問いをもったりしようとする事ができない。

(3) 手立て

### 仮説の検証方法を考える場面

本時の問題について得られる情報を基に全体で対話をしながら一つの仮説を設定させる。その後、いつでも成り立つか問い掛け、仮説を検証する視点を与えることで、設定した仮説について検証方法を考えることができるようにする。

#### 【仮説を検証する視点】

- ・条件や場面を変えるとどうなるか
- ・今までの学びと掛け合わせたらどうなるか

### 問いを立てる場面

仮説を検証した後、結果やその過程で得られた情報をグループで共有し、共通点と相違点を記述させる。その後、共通点と相違点で気になったことや、更に調べてみたいと思った記述に着目させることで、検証方法や結果を基に問いを立てることができるようにする。

(4) 検証方法

#### [検証① 仮説の検証方法を考える場面]

いつでも成り立つか問い掛け、仮説を検証する視点を与えたことで、設定した仮説について検証方法を考えることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。

#### [検証② 問いを立てる場面]

仮説を検証した後、共通点と相違点を記述させ、気になったことや、更に調べてみたいと思った記述に着目させたことで、検証方法や結果を基に問いを立てることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。

## 3 第1次実践

(1) 単元 「平方根」(本時 14・15/15)

(2) 本時の目標 身のまわりにある平方根に気付くことができる。

(3) 授業の様子

教師の主な働き掛け	生徒の主な反応												
<div data-bbox="220 1182 746 1249" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b> プリントの秘密を探そう。</p> </div> <div data-bbox="178 1272 513 1308" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>仮説の検証方法を考える場面</p> </div> <p>T:各グループにA3とA4のプリントを何枚か配付します。色々な角度から調べると、どのようなことに気付きますか。互いに話し合い、グループでまとめましょう。ただし、縦は横より長いものとします。</p> <p>T:プリントについて、一つの仮説を立てましょう。</p> <div data-bbox="178 1653 785 1787" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>学級で立てた仮説 プリントの縦の長さ<sup>縦</sup>と横の長さ<sup>横</sup>の比は、 縦:横 = <math>\sqrt{2}</math>:1になるだろう。</p> </div> <p>T:仮説はいつでも成り立ちますか。 仮説を検証するために仮説を検証する視点を基に検証方法を考えましょう。</p>	<div data-bbox="817 1182 1423 1370" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; text-align: center; vertical-align: middle;">A4</td> <td style="width: 50px;"></td> <td>A4 縦 29.7 cm</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td>横 21 cm</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td>A3 縦 42 cm</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td>横 29.7 cm</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">A3</p> </div> <p>S: A4は縦の長さが29.7cm、横の長さが21cmだね。 S: A4が2枚でA3と同じ大きさだね。 S: 面積が2倍になっているんだね。 S: 縦と横の比を考えると、1.414...:1になったよ。 S: 1.414...って、<math>\sqrt{2}</math>の値と似ているね。 S: プリントの縦:横は<math>\sqrt{2}</math>:1なのかな。</p> <div data-bbox="906 1617 1359 1863" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">～303の気付き～</p> <p>A4 縦 29.7cm 横 21cm</p> <p>A3 縦 42cm 横 29.7cm</p> <p>◎ A4の縦とA3の横は等しい。 ◎ A3の縦はA4横の2倍</p> <p>◎ A3とA4で面積2倍</p> <p>◎ 縦横の比率70.7% → 別の縦横<math>\sqrt{2}</math>:1</p> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">&lt;生徒から出た情報をまとめた板書&gt;</p>	A4		A4 縦 29.7 cm			横 21 cm			A3 縦 42 cm			横 29.7 cm
A4		A4 縦 29.7 cm											
		横 21 cm											
		A3 縦 42 cm											
		横 29.7 cm											
<p>&lt;生徒が考えた検証方法&gt;</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">生徒A</td> <td>B4、B5など他のプリントの縦横の比の調査をする。</td> </tr> <tr> <td>生徒B</td> <td>A4を半分、A3を4つに折って重なるか確かめる。</td> </tr> <tr> <td>生徒C</td> <td>A4、A3のものを見つけて仮説の検証をする。</td> </tr> </table>		生徒A	B4、B5など他のプリントの縦横の比の調査をする。	生徒B	A4を半分、A3を4つに折って重なるか確かめる。	生徒C	A4、A3のものを見つけて仮説の検証をする。						
生徒A	B4、B5など他のプリントの縦横の比の調査をする。												
生徒B	A4を半分、A3を4つに折って重なるか確かめる。												
生徒C	A4、A3のものを見つけて仮説の検証をする。												

【検証①】 設定した仮説について検証方法を考えることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。 (欠席4人)

○	「他のサイズの紙でも仮説が成り立つか調べる」、「文字を用いて確かめる」など、仮説についての検証方法を考えることができた。	15人 (生徒A)
△	仮説についての検証方法を考えることができなかった。	11人 (生徒B、C)

【考察】 本時の問題について得られた情報を基に全体で対話をしながら一つの仮説を設定した。そして、いつでも成り立つか問い掛け、検証する視点を与えたことで、設定した仮説について検証方法を考えることができた生徒は15人であった。これらの生徒は、条件を変えたり、これまでの学びと掛け合わせたりして検証方法を考えた。一方で、生徒B、Cのように、仮説についての検証方法を考えることができなかった生徒が11人いた。これらの生徒は、仮説を検証する視点やどのような結果が出れば仮説が立証されるのかを理解していなかったためだと考えられる。仮説を検証する視点を、より具体的な内容にしたり、追加したりすることで、仮説についての検証方法を考えられるようにしていきたい。

**問いを立てる場面**

(個人で仮説を検証後)

T: グループで結果やその過程で得られた情報を共有して、共通点と相違点を記述しましょう。

B5 <sup>たて</sup>25.7<sub>cm</sub> <sup>よこ</sup>18.2<sub>cm</sub>     25.7 ÷ 18.2 = 1.41... = √2

B4 36.4<sub>cm</sub> 25.7<sub>cm</sub>     36.4 ÷ 25.7 = 1.41... = √2

<生徒Aが記述した結果>

T: 共通点と相違点で気になったことや、更に調べてみたいと思ったところに○を付けましょう。

T: ○を付けた部分に着目して問いを立てましょう。

**共通点**

・プリントの縦と横の長さを比べて仮説を証明していた  
 ・検証のために計算をしていた。  
 ・最後にはみんな「プリントの縦:横=√2:1」になった

**相違点**

・公式を書いて証明をしていた  
 ・A1~A15までの全てのサイズの比を調べて仮説を検証していた

<生徒Aが記述した共通点と相違点>

**<生徒が立てた問い>**

生徒A	なぜプリントの 縦:横 は すべて√2 : 1 になっているのか。他の比率はないのだろうか。
生徒B	なぜ面積が大きくなるほど、A4、A3などAの後ろの数字は小さくなるのだろうか。
生徒C	A3の横とA4の縦が等しいように、A3とA4以外もサイズが等しいものはあるのか。

【検証②】 検証方法や結果を基に問いを立てることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。 (欠席4人)

○	どのプリントも縦と横の比が√2 : 1であることを基に「プリント以外に決まった比になっているものはあるのか」などと記述し、検証方法や結果を基に問いを立てることができた。	14人 (生徒A)
△	検証方法や結果を基に問いを立てることができなかった。	12人 (生徒B、C)

【考察】 グループで結果やその過程で得られた情報の共通点と相違点を記述させた後、気になったことや、更に調べてみたいと思ったところに着目させることで、検証方法や結果を基に問いを立てることができた生徒が14人いた。これらの生徒は、生徒Aのように、グループで得られた情報の共通点と相違点を記述し、それらを多様な側面から振り返ったことで、問いを立てることができたと考えられる。一方で、検証方法や結果を基に問いを立てることができなかった生徒は12人いた。これは、グループ内で同じ検証方法や結果が似たものになってしまったので、多様な側面から振り返らせることができなかったからである。これらのことから、自分の考えやグループメンバーの検証方法や結果についてのよい点を考えさせるなどの工夫が必要であると感じた。

#### 4 手立ての改善

##### 仮説の検証方法を考える場面

仮説を検証する視点を具体的な内容に変更したり、新たな視点を追加したりすることで、仮説についての検証方法を考えることができるようにする。

**【仮説を検証する視点】**  
 ・条件や場面を変えるとどうなるか  
 ・今までの学びと掛け合わせたらどうなるか



**【仮説を検証する視点】**  
 ・数値や扱うものを変えても成り立つのか  
 ・以前に学習した考え方や内容を利用したら何が分かるのか  
 ・どのような結果ができれば、仮説は検証されるのか

##### 問いを立てる場面

検証方法や結果を共有する際に、異なる検証方法を考えた生徒でグループ編成をして、「検証方法を評価する視点」を基に相互評価をする活動を取り入れることで、検証方法や結果を基に問いを立てることができるようにする。

**【検証方法を評価する視点】**  
 ・検証方法が妥当だったか  
 ・結果が正しかったか



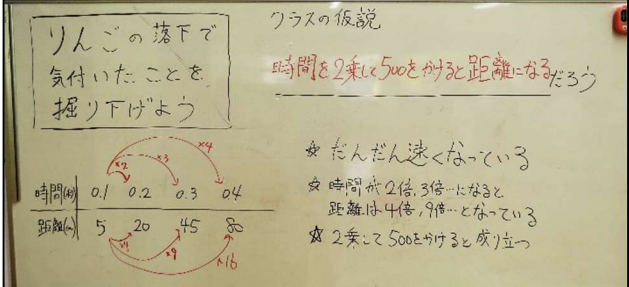
#### 5 第2次実践

(1) 単元 「関数  $y=ax^2$ 」 (本時 1・2/16)

(2) 本時の目標

具体的な事象の中から、関数  $y=ax^2$  について、その数量の関係を見いだすことができる。また、関数  $y=ax^2$  とはどのような関数なのかを理解することができる。

(3) 授業の様子

教師の主な働き掛け	生徒の主な反応
<p><b>問題</b> リンゴの落下について気付いたことを掘り下げよう。</p>	
<p><b>仮説の検証方法を考える場面</b>                      (リンゴが落下していく動画を視聴後)                      T: この動画で分かることはありますか。</p>  <p>リンゴが落ちている様子</p> <p>&lt;リンゴが落下する動画&gt;</p> <p>T: 細かく調べていこうとすると、何を基準にして調べるとよいと思いますか。</p> <p>T: 時間や距離について、細かく示した動画があるので見てみましょう。そこから、グループで結果をまとめ、互いに話し合しましょう。</p>  <p>&lt;時間や距離を示した動画&gt;</p> <p>T: 物の落下について、一つの仮説を立てましょう。</p>	<p>S: 落ちる速さがだんだん速くなっています。                      S: 理科で自由落下はどんな物でも落ちるまでの時間が変わらないことを学んだね。</p> <p>S: 落ち始めてからの時間と、落ちた距離を調べたらよいと思う。                      S: 時間と落ちた距離の関係を表にしてみたら、時間を2倍、3倍したら、距離は4倍、9倍になっているよ。                      S: 速さは0.1秒のときは50cm/s、0.2秒のときは100cm/sになっているね。                      S: 比例や一次関数ではないね。2乗が関係するかもしれないね。                      S: 時間を2乗して500倍したら、距離とほとんど等しくなるよ。</p>
<p><b>学級で立てた仮説</b>                      時間(秒)を2乗して500倍したら距離(cm)と等しくなるだろう。</p> <p>T: 仮説はいつでも成り立ちますか。                      仮説を検証するために仮説を検証する視点を基に検証方法を考えましょう。</p>	 <p>&lt;生徒から出た情報をまとめた板書&gt;</p>

<生徒が考えた検証方法>

生徒A	2mの高さから物を落として、スローで見てタイムと位置を確認する。
生徒B	動画のように、秒数を測りながら物を落として $y=500x^2$ にあてはめる。
生徒C	ボールを落とす。

【検証①】 設定した仮説について検証方法を考えることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。 (欠席6人)

○	「他の物でも $y=500x^2$ が成り立つのか」、「他の高さで確かめても仮説が成り立つのか」など、仮説についての検証方法を考えることができた。	21人 (生徒A、B)
△	仮説についての検証方法を考えることができなかった。	3人 (生徒C)

【考察】 設定した仮説について検証方法を考えることができた生徒は21人であった。これは、仮説を検証する視点を具体的な内容に変更したり、新たな視点を追加したりしたためだと考えられる。生徒Bは第1次実践の際は提示されたものだけについての検証方法を考えていたが、手立てを改善したことで、扱う物を変更して、検証方法を考えることができていた。一方で、生徒Cは、扱う物は変更しようとしているものの、具体的な記述ができておらず、どのような過程を踏むことが検証になるかをイメージできていなかったと考える。

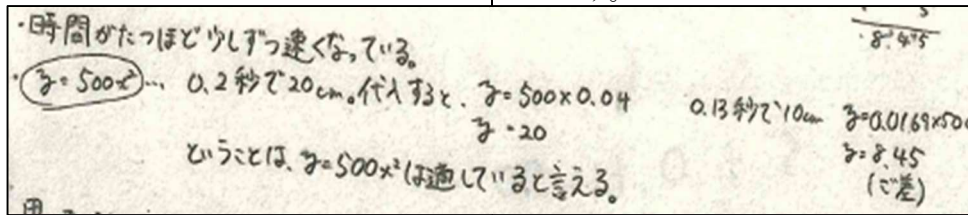
問いを立てる場面

(個人で仮説を検証後)

T: グループで結果やその過程で得られた情報を共有して、共通点と相違点を記述しましょう。

S: 共通点は、落ちる距離がどれも秒数の2乗の500倍になっていたことです。

S: 相違点は、式にして、数を代入している人もいたことです。



<生徒Bが記述した結果>

T: それぞれの検証方法や結果について「検証方法を評価する視点」を用いて、互いに評価をしましょう。



<互いの検証を評価する様子>

S: 検証方法は妥当だと思います。距離を求める方法と、時間を求める方法の、どちらもやってみるとよいと思いました。

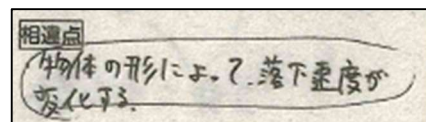
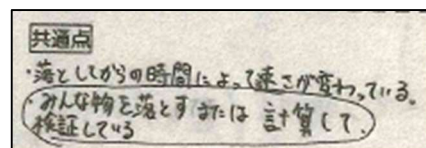
S: いろいろな物を使って実験しているので、より正しい値が出ていると思うのでよいと思う。なるべく空気抵抗がないもので実験すると、より正しい数値に近づくとと思う。

S: 表を使って変化を調べようとしているのがよかった。変化の移り変わりが分かりやすいからです。グラフにしてみるのも面白いと思います。

S: 式に当てはめて検証していて、誤差が分かりやすくてよかった。

T: 共通点と相違点で気になったことや、更に調べてみたいと思ったところに○を付けましょう。

○を付けた部分に着目して問いを立てましょう。



<生徒Bが記述した共通点と相違点>

＜生徒が立てた問い＞	
生徒A	他の検証方法があるのか。あったら他の方法で検証し、 $y=ax^2$ の新しい発見を探したい。
生徒B	なんで計算の中で秒数を2乗するのだろうか。
生徒C	バスケットボールや紙以外にも、安全な物を落としてみたい。

【検証②】 検証方法や結果を基に問いを立てることができたかを、授業プリントへの記述から検証する。 (欠席6人)		
○	「どの物体も自由落下では等しく、時間を2倍、3倍すると、距離は2乗倍される」、「時間を2乗して500倍したら距離と等しくなる」ことから「他の落下方法ではどうなるか」を記述するなど検証方法や結果を基に問いを立てることができた。	19人 (生徒A、B)
△	検証方法や結果を基に問いを立てることができなかった。	5人 (生徒C)

【考察】 検証方法や結果を基に問いを立てることができた生徒は19人いた。検証方法や結果が異なる生徒でグループ編成をしたり、検証方法を評価する視点を基に相互評価させたりしたことで、自分の検証方法について多様な側面から振り返ることができていたためだと考えられる。一方で、検証方法や結果を基に問いを立てることができなかった生徒が5人いた。これらの生徒は仮説の設定を含めた学習内容を振り返ることなく、得られた情報から問いを設定していたと考える。

## 6 研究のまとめ

本研究では、「仮説の検証方法を考える場面」と「問いを立てる場面」で手立てを講じ、探究的な学びへと導く数学指導をテーマに実践を行い、以下のことが明らかになった。

仮説の検証方法を考える場面
<p>本時の問題について、得られる情報を基に全体で対話をしながら一つの仮説を設定させた後、いつでも成り立つか問い掛け、仮説を検証する視点を与えたことは、検証方法を考えさせるのに有効であった。その際、仮説を検証する視点を具体的な内容にしたり、結果についての視点を入れたりすることが、より効果的に仮説の検証方法を考えることにつながるようになった。検証方法を考えることができなかった生徒は、どのような過程を踏むことが検証になるかをイメージできていなかったため、検証する視点を与えることに加えて、仮説を設定する際に調べたことを丁寧に振り返らせる必要があった。</p>
問いを立てる場面
<p>仮説を検証した後、グループで結果やその過程で得られた情報を共有し、共通点と相違点として記述させ、共通点と相違点で気になったことや、更に調べてみたいと思ったところに着目させたことは、検証方法や結果を基に問いを立てるのに有効であった。また、検証方法や結果を共有する際に、異なる検証方法を考えた生徒でグループ編成をしたり、検証方法を評価する視点を基に相互評価をする活動を取り入れたりしたことでより効果的に検証方法や結果を基に問いを立てることにつながるようになった。検証方法や結果を基に問いを立てることができなかった生徒に対しては、本時の学習内容を全体でもう一度振り返らせるなどの工夫が必要であると考えられる。</p>

第2次実践の検証①、②の結果から、設定した仮説について検証方法を考え、その検証方法や結果を基に問いを立てることができたという目指す姿に迫った生徒が19人いた。このことから、探究的な学びへと導く数学指導に近づくことができたと考えられる。

研究を進めていく中で、探究的な学びへと導くためには、生徒が仮説を設定し、検証方法を考え、検証方法や結果を基に問いを立てる活動を繰り返し行っていくことが大切だと考えた。今後は、単元の導入で立てた自分なりの問いを基に授業を展開していき、単元の終わりには生徒が自分なりの方法で、自分なりの答えにたどりつき夢中で探究していくような数学指導を目指していきたい。

- ＜参考文献＞ 名古屋市教育委員会(2023)「ナゴヤ学びのコンパス」  
 井上芳文 他(2020)「探究的問題解決活動を位置づけることによる数学科の授業と評価の改善」  
 文部科学省(2018)「中学校学習指導要領解説 総合的な学習の時間編」