

論理的に考えることができる生徒の育成

鳴海中学校


1 研究のねらい

現代社会は情報量が膨大であり、変化が著しい。その変化に柔軟に対応するために、これまでの経験や知識を基に、根拠をもって正しい情報であるかどうかを判断し、論理的に考えた上で適切な行動をすることが必要であると考え。そのためにも、私の数学指導を通して、生徒に論理的に考える力を身に付けさせたい。学習指導要領解説数学編（2018）にも、「問題の解決に当たっては、解決の見通しをもつとともに、その解決の正しいことを確かな根拠から論理的に考察する力が必要である」と示されている。また、長岡（2012）は、「見通しを立てられるようになるためには、問題を理解することが重要である」と述べている。さらに藤原（2018）は、振り返りを「結果の振り返り」と「過程の振り返り」に分けて考えており、「過程の振り返り」は「問題解決の過程で有効に働いた方法を改めて意識化することである」と述べている。これらのことから、生徒に論理的に考える力を身に付けさせるためには、問題を理解させる活動や問題解決の過程を振り返る活動を充実させることが必要であると考え。

しかし、本校の生徒は、「どうやって問題解決してよいか分からない」と、解決の見通しをもつことができない生徒が多い。また、なぜその操作をしたのか理由や根拠を理解できていないので、別の場面でも利用できる生徒は少ない。その原因として、問題解決に至るまでに必要な操作を見いださせることが不十分であったことや、問題解決に至るまでに行った操作に対して、理由や根拠を明確にさせる指導ができていなかったことが考えられる。

これらのことから、私は数学の授業を通して、論理的に考えることができる生徒を育てたいと考えた。私が考える「論理的に考えることができる生徒」とは、問題解決のために解決の見通しをもち、理由や根拠を基に考えることができる生徒のことである。なお、「解決の見通しをもつ」とは、問題解決に至るまでに必要な操作を見いだすこととし、「理由や根拠を基に考える」とは、問題解決に至るまでに行った操作に対して、その理由や根拠を明確にすることとする。具体的に、3年生の「二次方程式」を例にすると、私の目指す「論理的に考えることができる生徒」とは、次のような姿を見せる生徒である。


【問題を理解する場面】 提示問題 $3x = (x - 4)^2 + 2$



問題を理解して、問題解決の見通しをもちましょう。

かっこがあるから展開してかっこを外さないといけないな。

これまでのように右辺が0になっていない。移項して整理しよう。




問題から読み取れることやこれまでの問題と比較して気付いたことを基に、問題解決に至るまでに必要な操作を見いだす。（解決の見通しをもつ）

【解決過程を振り返る場面】

全て左辺に移項する →右辺を0にするため。

因数分解する → $A \times B = 0$ の形に式を変形したいから。



問題解決に至るまでに行った操作に対して、その理由や根拠を明確にする。（理由や根拠を基に考える）

2 研究の内容

(1) 研究の手立て

論理的に考えることができる生徒を育成するために、問題を理解させて問題解決に至るまでに必要な操作を見いださせるための「問題を理解する場面」と、問題解決に至るまでに行った操作に対して、その理由や根拠を明確にさせる「解決過程を振り返る場面」を設定する。

【手立て①】問題を理解する場面の設定

提示問題について、これまでとの共通点や相違点、読み取れることや気付くことを考えさせ、問題解決に至るまでに必要な操作を整理するシート（解決プランシート）を作成させる。こうすることで、解決の見通しをもつことができるようにする。

【手立て②】解決過程を振り返る場面の設定

提示問題の解決後（解答確認後）に解決プランシートを見返し、問題解決に至るまでに行った操作に対して、どのような数学的な知識や考え方を基にしているのかを考えさせる。その上で、類似問題に取り組みさせることで、理由や根拠を基に考えることができるようにする。

(2) 検証方法

【手立て①】

提示問題について解決プランシートを作成させることで、解決の見通しをもつことができたかを、解決プランシートとワークシートへの記述内容から検証する。

【手立て②】

解決プランシートを見返し、問題解決に至るまでに行った操作に対して、どのような数学的な知識や考え方を基にしているのかを考えさせた上で、類似問題に取り組みさせることで、理由や根拠を基に考えることができたかを、解決プランシートへの記述内容と類似問題に対する解答の記述内容から検証する。

3 授業実践

(1) 単元 3年生「二次方程式」（本時 9/15）

(2) 目標 因数分解を使って解くことができることに気付き、解を求めることができるようにする。

(3) 指導過程

教師の主な働きかけ			生徒の主な発言や活動
【問題を理解する場面】 1 提示問題を理解する。 T：これまでの二次方程式との共通点や相違点、気付いたことなどを書き出してください。			【提示問題】 $3(x^2 - 8) = (x - 8)(x + 2)$ S：括弧がたくさんあります。 S：右辺が0ではありません。 S：展開することができる。 S：文字がxだけしかありません。
これまでの問題との共通点または相違点	読み取れること	その他、気付いたこと何でも	
<ul style="list-style-type: none"> 右辺にも文字がある。 因数分解されている。 	<ul style="list-style-type: none"> 右辺が0ではない 右辺も左辺も展開できる。 共通因数が出てくる。 	<ul style="list-style-type: none"> $(x^2 - 8)$と$(x - 8)$がxが二乗でないだけで似ている。 	
【実際に生徒が書き出した内容】			

2 解決プランシートを作成する。

T: それでは、二次方程式を解くために必要な操作を書き出して、解決までの計画を立ててみましょう。

S: 展開をします。

S: 移項をします。

S: 因数分解をします。

解決プランシート

解決の見通しをもとう
 $3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$

解決に必要な知識や考え方

分配方則	共通因数を くくり出す	1,2の中 0になる方=する
$3x^2-24=x^2-6x+6$	イコールを 両辺にかけると 符号が変わる 右辺は0にする 27をくくり出す	$(x-\Delta)$ △に符号 が逆の 数-4
展開 する		
移項 する		
因数 分解 する	この中を また因数 分解する	
		$2x^2+6x-8=0$
		$2(x^2+3x-4)=0 \quad x=-4, 1$
		$\rightarrow 2(x+4)(x-1)=0$

問題解決に至るまでに必要な操作とその結果(途中式)を書き出させた。



解決に必要な操作

検証① 提示問題について解決プランシートを作成させることで、解決の見通しをもつことができたかを、解決プランシートとワークシートへの記述内容から検証する。(91人)

○	解決の見通しをもつことができた。	70人
△	解決の見通しをもつことができなかった。	21人

【考察】提示問題について、これまでとの共通点や相違点、気付いたことなどを考えさせたことで、多くの生徒に問題解決に至るまでに必要な操作を見いだすことができている解決プランシートの記述が見られ、解決の見通しをもたせるために有効であったと考える。しかし、「二次方程式である」や「左辺と右辺が等しい」などのような提示問題の特徴は記述することができたが、必要な操作を見いだすことができない生徒もいた。明確な比較対象を提示したり、共通点や相違点以外の具体的な視点を示したりする必要があると考える。

【解決過程を振り返る場面】

3 全体で提示問題を解決する。

4 解決プランシートを振り返る。

T: どのような数学的な知識や考え方を利用しているのかを考えてみましょう。

問題解決に至るまでに行った操作に対して、どのような数学的な知識や考え方を基にしているのかを書き出させた。

解決プランシート

解決の見通しをもとう
 $3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$

解決に必要な知識や考え方

分配方則	共通因数を くくり出す	1,2の中 0になる方=する
$3x^2-24=x^2-6x+6$	イコールを 両辺にかけると 符号が変わる 右辺は0にする 27をくくり出す	$(x-\Delta)$ △に符号 が逆の 数-4
展開 する		
移項 する		
因数 分解 する	この中を また因数 分解する	
		$2x^2+6x-8=0$
		$2(x^2+3x-4)=0 \quad x=-4, 1$
		$\rightarrow 2(x+4)(x-1)=0$

5 類似問題に取り組む。

T:自分の考えやどうしてそのような操作を行ったのかを意識して、できるだけ詳細に書いてみましょう。

S:かっこを外すためにを展開しています。

S:右辺を0にするために移項しています。

S:因数分解すればこれまでと同じになります。

問. 二次方程式 $2x(x+3) = (x+3)^2$ を解きなさい。

① ⇒ 分配法則 $\{x^2$ になる! つけ忘れ注意!
 ② ⇒ 展開する $\{$ 符号に気をつける!
 $2x(x+3) = (x+3)^2$
 $2x^2 + 6x = x^2 + 6x + 9$
 $2x^2 - x^2 + 6x - 6x - 9 = 0$
 $x^2 - 9 = 0$
 $(x+3)(x-3) = 0$
 $x = 3, -3$

検証② 解決プランシートを見返し、問題解決に至るまでに行った操作に対して、どのような数学的な知識や考え方を基にしているのかを考えさせた上で類似問題に取り組ませることで、理由や根拠を基に考えることができたかを、解決プランシートへの記述内容と類似問題に対する解答の記述内容から検証する。(91人)

○	類似問題に対して理由や根拠を基に考えることができた。	54人
△	類似問題に対して理由や根拠を基に考えることができなかった。	37人

【考察】類似問題の解答の記述に、行っている式変形の操作に対して、その基となる数学的な知識や考え方が示されている記述が多く見られた。これは、提示問題の解決過程を振り返り、一つ一つの式変形の操作をなぜ行っているのかを明確にしたからであると考えられる。しかし、単に変形後の式がそのまま記述してあるものや行った式変形の操作内容をそのまま記述しているだけの生徒の姿も見られた。解決過程を振り返る際に、問題解決に必要な操作について振り返らせることを怠ったためであると考えられる。操作内容をより具体的にしてから、その基となる数学的な知識や考え方を考えさせる必要がある。

4 研究のまとめ

本研究では、論理的に考えることができる生徒の育成を目指し、研究を進めてきた。その結果、次のことが明らかになった。問題を理解する場面では、提示問題について共通点や相違点、気付いたことなどを考えさせた上で解決プランシートを作成させたことで、問題解決に至るまでに必要な操作を見いださせることができた。また、解決過程を振り返る場面では、解決プランシートを見返し、問題解決に至るまでに必要な操作がどのような数学的な知識や考え方を基にしているのかを考えさせたことで、類似問題の解決にも利用できる操作を理解させることができた。

今後も継続的に実践を重ねて、論理的に考えることができる生徒の育成を目指していきたい。

【参考文献】

- 文部科学省 (2018) 「中学校学習指導要領 (平成 29 年公示) 解説 数学編」
- 長岡康治 (2012) 「数学的な思考力・表現力を育成する学習指導の工夫」
- 藤原大樹 (2018) 「見通しと振り返りを重視した数学的活動の授業づくり」