

統合的・発展的に考えることができる児童の育成

名古屋市立道徳小学校

1 研究のねらい

小学校学習指導要領解説算数編(2017)では、これからの複雑で予測困難な社会を生きていく資質・能力の育成のために、算数科における問題発見・解決の学習過程の重要性が示されている。その中で、「数学の事象を統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする」という文言にあるように、児童自ら算数の問題を発見し解決する過程において、統合的・発展的に考える力は重要な役割を果たす。

そこで私は、統合的・発展的に考えることができる児童の育成を目指すこととした。

片桐氏(2017)は、統合的な考え方として三つの統合があると述べており、その中の一つである拡張による統合については、次のように示している。

ある事柄がわかっている時、これを含むより広い範囲にまで広げていく。または、より広い範囲においてもそれがいえるようにするために、条件を少し変えてより包括的なものにする。すなわち、新しいものを次々取り入れてまとめていこうとする考えである。これも統合の一つの面とみる。これは拡張といえるものであって、この中に発展的な面がみられる。

特に系統性の強い算数科においては、拡張による統合の場合が極めて多く、初めに別々のものとして教えた後に同じものとしてまとめるより、同じものとしてまとめていくような指導が望ましいと述べている。拡張による統合には、発展的な面も含まれることも踏まえ、本研究では、拡張による統合という考え方に焦点を当てて実践を行っていく。

片桐氏は、拡張による統合の具体的な指導に関して、「ある演算なり、性質なりが成り立っている集合を明確にし、それと共に、それが成り立たない例外があるということをはっきり意識することから始まる。これがもとになって、この例外をできるだけなくしていこうとするのである」と述べている。私は、このことに加えて、例外をなくそうと問題解決した後には、演算や性質などが成り立つ集合をまとめ直したり、さらに他の例外を見付けたりすることも必要だと考える。以上のことを踏まえ、実際の算数指導において、問題解決に必要な考え方(〇〇の考え方)が使える場面を拡張させる場合、以下の四つの場面を意識した指導が重要となると考える。

- A 〇〇や□□の問題は、“〇〇の考え方”で解決できた。今回の問題も、“〇〇の考え方”で解決できるか【成り立っている集合と例外に気づき、例外をなくそうとする】
- B どんな問題なら“〇〇の考え方”で解決できるか。 “〇〇の考え方”で解決できる問題は他にないか【成り立つ集合をまとめ直し、他の例外を見付ける】

本研究では、統合的・発展的に考えることができる児童とは、問題提示後には、関連する複数の問題の解決に必要な考え方に気付くことができ、問題解決後には、同じ考え方で解決できそうな新たな問題を見付けることができる児童とする。例えば、5年「小数のかけ算」(第2時)では、以下のような児童である。

問題 80×2.3 の計算の仕方を考えましょう

A



【気付く姿】

**80×23 や 2.3×80 は、整数の式にして計算することができたよ。
 80×2.3 も同じようにできないかな。**

2.3 を 2 と 0.3 に分けて考えると $80 \times 2 = 160$ $(80 \div 10) \times 3 = 24$ $160 + 24 = 184$	23 を 0.1 の 23 十分と考えると $80 \div 10 = 8$ $8 \times 23 = 184$	23 を 2.3 の 10 十分と考えると $80 \times 23 = 1840$ $1840 \div 10 = 184$
--	--	--

B



【見付ける姿】

**今日の問題も整数の式にして計算することができたよ。
 80×2.03 や 0.8×2.3 の計算も同じようにできるのかな。**

これまでの指導では、本時の問題の困難点を全体で共有した後「どんな問題なら解けそうか、どのように解いたか」と問うことで、本時に似た問題を想起させ、その解決に必要な考え方に気付かせようとしてきた。しかし、児童が想起した問題の中から、解決の手掛かりとなりそうな一部の問題だけを取り上げており、関連する複数の問題の解決に必要な考え方に気付かせることが十分にできなかった。また、問題解決後には、「同じ考え方をを使って解決できそうな問題は他にないか」と問うことで、新たな問題を見付けさせようとしてきた。しかし、「解決できそうな問題」という視点を与えるだけでは、「解決できることが明らかな問題」しか見付けられない児童がいた。

2 研究の内容

(1) 研究の手立て

① 気付くための手立て

本時の問題が何に関する問題か全体で共有した後、「〇〇に関する問題にはどのような問題があったか、またそれらの問題をどのように解決したか」と問い、関連する複数の問題やその解決の仕方を振り返る。そして、それらの問題解決に共通する考え方を考えさせることで、関連する複数の問題の解決に必要な考え方（〇〇の考え方）に気付くことができるようにする。

② 見付けるための手立て

問題解決後、本時と同じ考え方（〇〇の考え方）で解決できる問題を、それぞれの特徴などをもとにいくつかのグループに分けさせる。そして、「他にはないか」と問い新たな問題を考えさせることで、同じ考え方で解決できそうな新たな問題を見付けることができるようにする。

(2) 検証方法

① 関連する複数の問題やその解決の仕方を振り返り、それらの問題解決に共通する考え方を考えさせることで、本時と関連する複数の問題の解決に必要な考え方に気付くことができたか、記述からつかむ。

② 同じ考え方で解決できる問題をグループ分けし、それらのグループ以外の問題を考えさせることで、新たな問題を見付けることができたか、記述からつかむ。

3 実践の内容（対象児童：6年1組29人）

(1) 単元 6年「円の面積」

(2) 単元計画

本単元では、既習の求積可能な図形の面積の求め方を基にして、円や半円、曲線を含む複合図形などの面積の求め方について児童自ら導き出すことが求められている。そこで、私は、「既習の図形に帰着する」という考え方に焦点を当て、これを拡張による統合できることを目指すため、下記のような単元構成を考えた。

時数	小単元	主な学習内容	本研究で引き出したい児童の主な姿
1	導入	既習図形の求積の振り返り 学習課題の把握	A 三角形や四角形は「面積を求められる形にする」という考え方で解決できた。円の面積も同じように解決できるか。
2	円のおよ	挟み込みによる見当付け	
3	その面積	方眼を利用した見積もり	
4	円の求積 公式	公式の導出	B 円や半円などの面積も同じ考え方で解決できた。円の一部を含む図形も同じように解決できるか。
5		公式の活用	
6・7	習熟発展	円の面積の求積の振り返り	

ここでは、紙面の都合上、第1時と第4時に重点を置いて実践の様子を取り上げることとする。

(3) 手立ての具体化

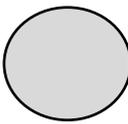
① 気付くための手立て

第一時にて、本時が面積を求める問題であることを全体で共有した後、「面積を求める問題にはどのような問題があったか、またそれらの問題をどのように解決したか」と問い、四角形や三角形などの既習の図形と面積の求め方を全体で振り返る。そして、それぞれの図形の面積の求める過程における共通する考え方を考えさせることで、これまでの図形はどれも「面積を求められる形にする」という考え方を使って解決したことに気付くことができるようにする。

② 見付けるための手立て

第四時にて、円や半円などの面積の求め方を学習した後、「面積を求められる形にする」という考え方で面積が求められる図形を、それぞれの特徴などをもとにいくつかのグループに分けさせる。そして、「他にはないか」と問い新たな図形を考えさせることで、同じ「面積を求められる形にする」という考え方が使えるような新たな図形を見付けることができるようにする。

(4) 実践の様子【対象児童：6年1組29名】

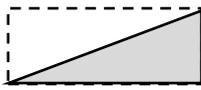
時	主な教師の働き掛けと児童の反応	
第一時	T：（問題文を隠し）どんな問題だと思いますか。 C：円の面積を求める問題だと思います。 C：けど、円の面積の求め方は習ってないから できません。	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>問題 この図形の面積は 何 cm^2 でしょうか。</p>  </div>

C：他の図形の面積だったら求められます。

T：例えば、今日のような「面積を求める問題」では、どのような図形について学習しましたか。

【児童が想起した図形】

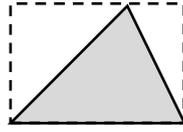
直角三角形



二等辺三角形



三角形



正方形



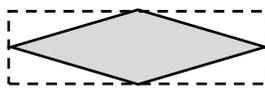
長方形



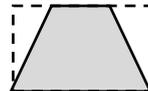
平行四辺形



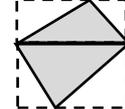
ひし形



台形



四角形



T：それぞれの図形の面積は、どのように求めましたか。

C：正方形と長方形は、 1cm^2 の正方形のいくつ分かを計算で求めました。

C：平行四辺形や台形などは、形を変えて長方形にしてから計算で求めました。

(その他の図形についても、同様に面積の求め方を振り返る)

T：それぞれの図形の面積の求め方の中で、共通している考え方はありませんか。

検証事項① 気付くための手立て

○	既習図形の求積における共通する考え方について、「面積を求められる形にする」「計算できる形にする」「習った形にする」などの記述が見られた。	20人
△	上記のような記述が見られなかった。	9人

【考察】9人中7人は、「正方形か長方形にする」と記述していた。台形や一般的な四角形の面積の求め方を振り返った際、長方形にする考え方を認めつつ、台形を二つ組み合わせて平行四辺形にしたり、四角形を対角線で分け三角形にしたりする解決方法を引き出す必要があった。

C：円の面積も同じように面積を求められる形にすればできるんじゃないかな。

C：円は、三角形や四角形とは全く違う形だから同じようにはできないと思う。

T：では、この「円の面積」の単元の学習課題をどうしますか。

C：『面積を求められる形に直す』は、円でも使えるか考えようがいいと思います。

第二時
C：円の面積は、大体どれくらいなのかな。
(既習の図形の挟み込みによって、半径を1辺とする正方形二つ分以上四つ分以下と知る)
C：もっと正確に求められないのかな。

第三時
C：円の面積をより正確に求めるために、 1cm^2 の正方形のいくつ分くらいか調べよう。
(方眼を利用した見積もりで、円の面積は半径を1辺とする正方形の約3.1倍だと知る)
C：円の面積を計算で求められないかな。C：円の面積を求める公式はないのかな。

第四時
T：前回の時間には、どのような学習をしましたか。
C：方眼を使っておよその面積を調べました。C：半径10cmの円で、大体 $290\text{cm}^2 \sim 330\text{cm}^2$ と分かりました。
C：数え方によって答えが全然違ったし、毎回数えるのは大変だから、これまでに習った図形みたいに計算で求めたいです。
T：これまでに習った図形とは、どのような図形のことですか。
C：例えば、平行四辺形です。これは、「底辺×高さ」の式で面積を求めることができました。
T：その公式は、どのようにつくりましたか。
C：平行四辺形の一部を切って移動させて長方形に直しました。長方形は「縦×横」という計算で面積を求められたから、平行四辺形だと「底辺×高さ」になることが分かりました。
T：では、円の面積を求める公式をつくるためにはどうしますか。
C：同じように切ったり、移動させたりするのかな。
T：切ったり移動させたりして、どんな形にしようとしているのですか。
C：面積を求められる形にしたいです。とりあえずいろいろな切り方を試してみよう。

めあて 円の切り方を工夫して、面積を求められる形にしよう

C：いろいろな切り方を試したけど、曲線の部分があるから難しいです。

C：8等分したら、平行四辺形みたい！もっと細かくすればほとんど平行四辺形になりそう！

【児童の主な考え】



(平行四辺形の底辺は円の半周、高さは半径であることから、円の面積の公式をつくる)

C：円の面積は、「半径×半径×高さ」という公式で求められることが分かりました。

T：この「円の面積」の最初の授業でみんなが立てた学習課題についてはどうですか。

C：円も、『面積を求められる形に直す』の考え方を使得て面積を求めることができました。

(適用題として、半径を変更した円や半円の面積を自力解決する)

C：半円、おうぎ形(円の1/4)でも同じ考え方で面積を求めることができました。

T：つまり、今日、「面積を求められる形にする」という考え方で面積を求められるようになったのは、どのような図形といえますか。グループごとに分けて名前を付けましょう。

C：「きれいな一つの円グループ」と「円を切り分けた図形グループ」です。

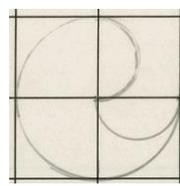
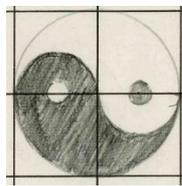
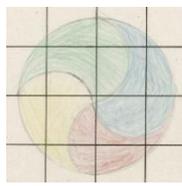
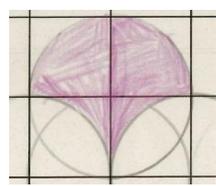
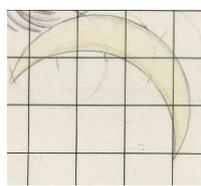
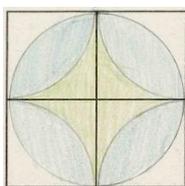
T：同じ考え方で面積を求められそうな円に関する図形は、このグループ以外にはもうないですか。

C：絶対他にもあると思います。C：分からないです。

T：困っている人は、この前の、模様作りでかいたお互いのプリントを見合ってもよいです。

C：円と円が重なったような形や、円の中に円があるような形は同じようにできそうです。

【児童の主な考え】



検証事項②見付けるための手立て

○	円の一部を含む新たな図形を見付けることができた。	21人
△	上記の図形を見付けることができなかった。	7人

【考察】7人中6人は、本時で扱った図形の大きさを変えただけの半円や円の1/4、十角形などを記述していた。半円や円の1/4は、大きさが違って同じ形であることを確認し、違う形に絞って考えさせるべきだった。また、「切り分けた図形」の他に「組み合わせた図形」「重ねた図形」「一部を引いたような図形」など、新たな図形を考える観点をいくつか示す必要があった。

C：次の時間は、みんなが考えたいろいろな図形の面積の求め方を考えたいです。

第五時

T：前の時間に、友達が考えたこの図形の面積の求め方について考えましょう。

(円弧を含む図形でも、「面積を求められる形にする」の考え方で求積可能であると知る)

C：「面積を求められる形にする」という考え方を使得ば、三角形や四角形だけでなく、円や半円、おうぎ形など、円弧を含む図形の面積も求められることが分かりました。

C：☁️や❤️のような円弧以外の曲線を含む図形では、どうなのか調べたいです。

4 研究のまとめ

本研究では、拡張による統合の考え方に焦点を当て、二つの手立てを講じて統合的・発展的に考えることができる児童の育成を目指し実践を行ってきた。まず、本時に関連する複数の問題の解決に必要な考え方に気付かせる手立てについては、児童が想起した既習の一つ一つをどのように、どの程度振り返るか考えていく必要がある。そして、本時と同じ考え方で解決できるかどうか未知な新たな問題を見付ける手立てについては、新たな問題を見付けるための観点を児童自ら見付けられるような工夫が必要である。

今後は、本実践の成果や課題を踏まえつつ、児童自らの「考えたい」「やってみよう」という思いを大切にしながら、図形以外の様々な領域においても授業実践を行うなどして統合的・発展的に考えることができる児童の育成に迫ってきたい。

【参考文献】文部科学省(2018)『小学校学習指導要領解説算数編』(東洋館出版) 片桐 重男(2017)『数学的な考え方の具体化』(明治図書出版)