

中高間を結ぶ教材とその実態

～高等学校入学者学力テストの結果を踏まえて～

名古屋市数学研究会中高関連研究グループ

⊗千種台中
御幸山中

楠中

香流中

I 研究の経過

中高関連研究グループでは、「中高間を結ぶ教材とその実態」を研究主題として、40年間継続的に研究を積み重ねてきている。また、高等学校入学者学力テストの分析とともに、中高間の関連を重視した指導のあり方を求め、研究に取り組んできた。

今年度も、春の中高連絡協議会における「高等学校新入学生徒の学力に関する研究」の発表内容をもとに、協議で話題となった問題を中心に、本研究グループ内で分析し、研究を進めてきた。

II 研究の内容

春の中高連絡協議会で発表された内容をもとにグループ内でも協議を行い、今年度は以下の問題について分析を行った。

ア 相似比から面積比を求める問題

問題	正答率	備考
<p>図のように、三角形ABCの辺AB上に、$AD:DB=2:1$となるように点Dをとり、辺AC上に$DE \parallel BC$となるように点Eをとる。次の問いに答えなさい。</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>(1) $DE:BC$を求めなさい。 (2) 三角形ABCの面積が、18cm^2のとき、三角形ADEの面積を求めなさい。</p>	<p>正答 (1) $2:3$ (54.0%)</p> <p>(2) 8cm^2 (29.3%)</p>	<p>主な誤答例 (1) $1:2$ (12.1%) $2:1$ (8.0%)</p> <p>(2) 12cm^2 (24.1%) 9cm^2 (5.2%)</p>

(1)は相似比に関する問題、(2)は相似比から面積を求める問題である。今回は、(2)の相似比から面積を求める問題に着目する。最も多い誤答の 12cm^2 は、相似比の2乗の比が面積比と捉えず、2倍の比と捉えているか、 $DE:BC$ が $2:3$ のため、面積も $2:3$ になると捉えていると考えられる。相似比から面積比を求めるためには、相似比の2乗の比が、面積比であるという考えが定着していなかったことが原因であると考えられる。さらに、昨年度は、面積比から相似比を求める問題が出題されたが、正答率は3ポイント増加した程度にとどまった。

これらのことから、求めた答えが、図形から見て明らかに違うことに対して手立てとして、予想やその結果の考察などの活動を取り入れた実践が必要であると考えられる。

イ 確率の問題

問題	正答率	備考
<p>箱の中に、1～6の数がそれぞれ書かれた玉が1個ずつはいつている。この箱から玉を1個取り出して、書かれた数を調べ、それを箱にもどす。次に、箱の中をよくかき混ぜてからもう一度玉を1個取り出して、</p>	<p>正答 $\frac{1}{12}$ (40.2%)</p>	<p>主な誤答例 無答 (23.6%) $\frac{1}{10}$ (5.2%)</p>

書かれた数を調べる。はじめに取り出した玉に書かれた数を x 、次に取り出した玉に書かれた数を y とするとき、 $2x+y=8$ となる確率を求めなさい。		
---	--	--

1回目に取り出した玉をもどしてから2回目の試行を行う場合の確率の問題である。無答だった割合が最も多く、これは複数の事象を扱う問題を理解できず、樹形図を用いることができなかつたためであると考えられる。これは1つの事象の場合の樹形図に対して、どのように樹形図を書き加えていけばよいかわからないことが原因であると考えられる。

また、方程式を満たす x と y の組み合わせを、樹形図を用いてどのような決まりで求める必要があるのかわからないことも原因として考えられる。

これらのことから、樹形図をもとにして、順序だてて考え、条件にはどのような決まりがあるのかを考える問題を通した実践指導が必要であると考えられる。

ウ 平方根の計算問題

問題	正答率	備考
$\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。	正答 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (37.4%)	主な誤答例 $\sqrt{2}$ (9.2%) 無答 (10.3%)

平方根の計算問題である。最も多い誤答の $\sqrt{2}$ は、 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ を有理化して $\frac{\sqrt{2}}{2}$ にした後で、分母を払うためにそれぞれの項に $\times 2$ を行って計算してしまったと考えられる。これは根号を含む式の和と差の計算が、文字式の和と差の計算と同じ考え方で計算できることへの理解が不十分であるため、誤答につながっていると考えた。また、等式の性質を用いる場面について、どの問題で使うことができ、どの問題で使うことができないのかについても、併せて指導していくことが必要である。数の領域が拡張されても、既習の考え方をを用いて問題を解決することの重要性を実感させていくことが必要である。

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ○ アの問題に関しては、予想やその結果の考察させるための指導のあり方
[図形についての指導法] ○ イの問題に関しては、平方根の基本的な知識を定着させるための指導のあり方
[平方根についての指導法] ○ ウの問題に関しては、平方根の基本的な知識を定着させるための指導のあり方
[平方根についての指導法] |
|---|

以上のことを踏まえ、今年度は以下の三点について指導法の研究を行った。

III 研究の実際

相似比から面積を求める指導法

1 指導のねらい

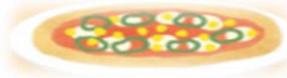
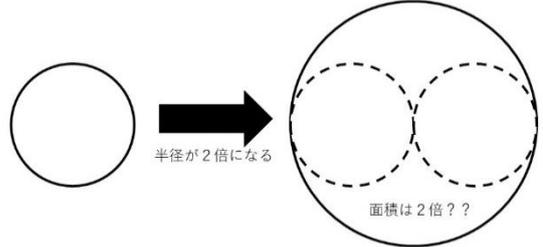
見取図から体積を求めることはできるが、文章からどの図形の見取図になるかの理解が十分でないため、誤答につながっていると考えた。そこで、問題に合った図形を図に表し、視覚的に捉えさせ、問題を解決していく必要があると考える。

2 指導内容（空間図形の指導法のあり方について）

- (1) 単元 第3学年 「図形と相似」
- (2) 指導計画

- 1 相似な図形 3時間
- 2 三角形の相似条件 2時間
- 3 三角形の相似条件と証明 3時間
- 4 平行線と線分の比 6時間
- 5 中点連結定理 2時間
- 6 相似な図形の面積 2時間 (本時 1/2)
- 7 相似な立体の表面積・体積 3時間
- 8 相似の利用 2時間

(3) 指導の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の活動・様子
<p>【提示問題】</p>  <p>半径 10 cm のピザがある。半径を 2 倍にしたら、ピザの大きさはどうなるか？</p>	<p>S : 半径も 2 倍だから面積も 2 倍じゃないかな。 S : 実際に図にしてみると 2 倍より大きいような気がするね。</p>  <p>S : 円の面積は、半径×半径×πだから半径を 2 倍にすると、2 乗倍になるんじゃないかな。 S : どうやってやるんだろう。 S : 実際に数字を入れて求めればいいんじゃないかな。 S : 例えば、小さい円が半径 3 cm、大きい円が半径 6 cm とすると…。 S : 小さい円の面積は、$9\pi\text{cm}^2$、大きい円の面積は、$36\pi\text{cm}^2$、だから、大きい円は小さい円の 4 倍になっているね。 S : 2 倍じゃないんだね。 S : どうやって確かめればいいんだろう。 S : 文字を使えばいいんじゃないかな。 S : 小さい円が半径 $a\text{cm}$、大きい円が半径 $2a\text{cm}$ にすればいいんだね。そうすると、小さい円の面積は $\pi a^2(\text{cm}^2)$、大きい面積は $4\pi a^2(\text{cm}^2)$ になるから 2 乗倍だね。 S : 予想していたことが確かめることができた。</p>
<p>T : ピザの大きさはどうなると思いますか。 (予想を取り入れる発問)</p>	
<p>T : どうやって確かめられますか。</p>	
<p>T : これは、どんな半径でも成り立ちますか。</p>	
<p>T : そうですね。具体的にはどうかな。</p>	
<p>T : 最初に予想を立てることは大切ですね。</p>	

確率についての指導法

1 指導のねらい

1つの事象を扱う確率については理解でき、求めることはできるが、複数の事象を扱う確率については起こりうる現象を、樹形図を使って整理し理解することが十分でないため、誤答につながると思った。そこで、樹形図を基にして、順序立てて、問題を解決していく必要があると考える。

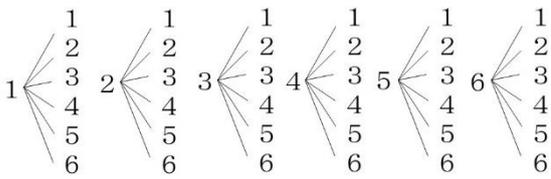
2 指導内容（確率の指導法のあり方について）

(1) 単元 第2学年 「場合の数と確率」

(2) 指導計画

- 1 確率の求め方 2時間
- 2 いろいろな確率 4時間（本時 4／4）
- 3 確率の利用 1時間

(3) 指導の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の活動・様子
<p>【準備問題】（確率の求め方の最初に行う）</p> <p>1, 2, 3…6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードがある。このカードをよくきって1枚ひくとき、カードに書かれた数が次のようになる確率を求めなさい。</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">3</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">4</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">5</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">6</div> </div> <p>(1) 4以上の自然数 (2) 3の倍数</p>	
<p>T：全部で何通りになりますか。</p> <p>T：以上はどういう意味かな。</p> <p>T：確率はどのように求まるのかな。</p>	<p>S：カードが6枚だから全部で6通りだね。</p> <p>S：その数字を含むということです。</p> <p>S：4以上ということは4、5、6のカードだね。</p> <p>S：「4以上の自然数」と「3の倍数」になるときを数えれば求めることができます。</p>
<p>【提示問題】</p> <p>1から6までの整数が1つずつ書かれた6枚のカードがある。この6枚のカードから1枚取り出したあと、カードをもどし、もう一度よくきって1枚取り出す。1回目と2回目に取り出したカードに書かれた数の積が5の倍数になる確率を求めなさい。</p>	
<p>T：さっきと同じように解けますか。</p> <p>T：では、さっきと何が違いますか。</p> <p>T：そうですね。では、全部で何通りになるかを考えるときに、どのようにしたらよいですか。</p> <p>T：1回目と2回目の起こる場合を樹形図で書いてみよう。</p> <p>T：5の倍数になるためには、どんなカードをひけばいいかな。</p>	<p>S：いいえ、解けません。</p> <p>S：一度、取り出した後に、もう一度ひくことです。</p> <p>S：すべて数えるのは大変だね</p> <p>S：樹形図を書くと、分かりやすくなるよ。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>S：6×6＝36通りだね。</p> <p>S：1回目か2回目のカードに最低1枚、5のカードを取り出せばいいです。</p> <p>S：だから問題の場合の数は11通りで、確率は、$\frac{11}{36}$になるね。</p>

平方根についての指導法

1 指導のねらい

平方根の計算問題において、選択肢から正しい答えを見付けさせる。同類項をまとめる活動を指導した際と同様に、 $\sqrt{\quad}$ のついた数の部分を文字と見て、文字式の計算方法と同じように考えて計算できることに気付かせたい。

2 指導内容（平方根の指導法のあり方について）

(1) 単元 第3学年 「平方根」

(2) 指導計画

- 1 平方根 2時間
- 2 根号をふくむ式の計算 7時間（本時 5/7時間）
- 3 平方根の利用 1時間
- 4 まとめ 2時間

(3) 指導の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の活動・様子
<p>【準備問題】 $\sqrt{50}-\sqrt{8}$ を計算しましょう。</p> <p>T：この計算は、どうやってやりますか。</p> <p>T：前回習った$\sqrt{\quad}$の中が同じときはたしたり、ひいたりできることを学習しましたね。</p>	<p>S：このままでひくことはできないよ。</p> <p>S：$\sqrt{50}$と$\sqrt{8}$を簡単な形にしてから考えればよかったね。</p> <p>S：$5\sqrt{2}-2\sqrt{2}$の形になったから、計算して、$3\sqrt{2}$で、答えだな。</p>
<p>【提示問題】 $\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$ を計算したときの答えについて、正しいものをア～エの中で選びましょう。</p> <p>ア $\frac{\sqrt{2}}{2}$ イ $\sqrt{2}$ ウ 1 エ -1</p> <p>T：上の問題を解いてみましょう。</p>	<p>S：$\sqrt{2}$と$-\frac{1}{\sqrt{2}}$をかけて-1になるから、答えはエじゃないかな。</p> <p>S：この問題は、上の問題と同じ考え方で、$\sqrt{2}$と$-\frac{1}{\sqrt{2}}$をかけるんじゃないかと、たしたり、ひいたりするから、エの答えは違うと思うよ。</p> <p>S：分数がでてきた…分数が苦手なんだよね。方程式のときに習った分母をかけて、分母の$\sqrt{2}$をなくそう。2-1になって、答えはウだ。</p> <p>S：$-\frac{1}{\sqrt{2}}$を有理化して、$-\frac{\sqrt{2}}{2}$になる。そこから分母の2をなくそう。$2\sqrt{2}-\sqrt{2}$になって、答えはイだ。</p> <p>S：この問題では、等式の性質は使えないんじゃないかな。</p>

<p>T : 等式の性質が使える条件について、確認をしよう。</p>	<p>ないかな S : 等式の性質は、右辺と左辺がある等式の時 じゃないと使えないから、この問題では使う ことができません。</p>
<p>T : そうですね。この問題の正しい答えは何ですか。</p>	<p>S : $-\frac{1}{\sqrt{2}}$を有理化して、$-\frac{\sqrt{2}}{2}$になる。そこから、 等式の性質を使わずに、通分をして、答えはア だ。</p>

IV 研究のまとめ

中高間の関連を重視した指導と課題

ア 図形についての指導法

相似比から面積を求める問題として、平方根の利用のところで学習した、円の面積が2倍になる円の半径を求める問題に取り組み、面積の大きさを視覚的に考えることで、求めた結果が実際に結び付くかを捉えることができた。

イ 確率についての指導法

1つの事象を扱う問題を確認してから複数の事象を扱う問題を出題することで、樹形図をもとに順序立てて、問題を解決することができた。

ウ 平方根についての指導法

間違いやすい計算問題について、解答に選択肢を設けることで、誤答についての検討もすることができ、正しい計算方法についての理解を深めることができた。

今年度は、春の中高連絡協議会における「高等学校新入学生徒の学力に関する研究」の発表内容をもとに、本研究グループ内で分析し、研究を進めてきた。指導した生徒たちがこれらの課題を解決する力を付け、高等学校に入学してからもよりよく学んでいけるように、来年度以降も中高間の情報交換を行い、中高間の関連を重視した指導のあり方を研究していきたい。