小中関連Ｃグループ

数学的な見方・考え方に着目した「変化と関係」領域（関数）の学習指導

㊊橘小　　　㊓志段味中　　　丸の内小

楠中　　　守山西中　　　鳴海中

１　研究のねらい

小学校学習指導要領解説：算数編（H29，3）では、事象の変化や関係を捉える力の育成を一層重視し、二つの数量の関係を考察したり、変化と対応から事象を考察したりする数学的活動を一層充実するために、第４学年から第６学年において「変化と関係」領域が新設された。さらに、この領域が新設された背景として、「中学校数学の「関数」領域につながるものであり、小学校と中学校の学習の円滑な接続をも意図している」(P.40）と記されている。しかし、令和４年度の全国学力・学習状況調査の結果に目を向けると、小学校では、「伴って変わる二つの数量が比例関係にあることを用いて、未知の数量の求め方と答えを記述すること」に、中学校では、「与えられた表やグラフから、必要な情報を読み取ること」に課題があると指摘されていて、今もなお、「変化と関係」領域や「関数」領域の指導を充実させることは、喫緊の重要課題であることが分かる。

この課題を解決するには、「変化と関係」領域と「関数」領域の目標を照らし合わせ、それぞれの目指す資質・能力との関連性に目を向けて、それぞれの領域に共通する数学的な見方・考え方を十分に働かせる実践を行う必要があると考える。

以上のことより、数学的な見方・考え方に着目した「変化と関係」領域（関数）の学習指導という研究主題で研究を進めていく。

２　研究の内容

数学的な見方・考え方に着目した「変化と関係」領域（関数）の学習指導について、「１対１対応」を意識させる実践を小・中学校それぞれで行う。

①　小学校における実践【第６学年「比例と反比例」】

伴って変わる二つの数量の変化の特徴を考察する力の育成に重点を置く。その際、「一方の値を決めると、それに対応して他方の値がただ１つに決まる」という１対１対応を意識させる実践を行う。

②　中学校における実践【第１学年「変化と対応」】

伴って変わる二つの数量の変化の特徴について表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力の育成に重点を置く。その際、１対１対応を言葉の定義だけで理解させるのではなく、関数と言える理由を問うことで、関数が１対１対応になっていることを意識させる実践を行う。

３　研究のまとめ

本グループは、数学的な見方・考え方に着目した「変化と関係」領域（関数）の学習指導をテーマに実践を行った。小学校では、誤答を示したり、グラフを延長するとどうなるかを考えさせたりし、中学校では、着目する二つの数量関係を決めた後に、関数関係になる理由を考える実践を繰り返した。これにより１対１対応を意識することができるようになった児童・生徒が増えた。これは、本領域における小・中学校間の課題を克服するための指導法として有効だったと考える。

しかし、関数が１対１対応の関係であることを理解できたとしても、関数関係を正しく捉える力に関してはいまだに不足していることが明らかになった。今後も本領域における小・中学校のつながりを意識した指導法を考え、明らかになった課題を克服していきたい。

４　実践の内容

【小学校における授業実践（対象児童：丸の内小学校６年生２３人）】

⑴　単　元　比例・反比例（５／17）

⑵　目　標

比例の式をもとにグラフをかき、「一方の値を決めると、それに応じて他方の値がただ１つに決まる」という特徴を考えることができるようにする。　　　　　　　　　（思考・判断・表現）

⑶　手立て

対応するχ、ｙの値の組を表す点をグラフに取らせた後、教師が波線になるように点をつないで誤答を示し、点と点の間について考えさせることで、χにどんな値を入れても一直線上に点が集まることに気付くことができるようにする。

波線ではないことを確認した後、「グラフの外で直線が２つに分かれるかもしれない」と投げ掛け、児童を揺さぶることで、一方の値を決めると、それに応じて他方の値がただ１つに決まることに気付くことができるようにする。

⑷　実践の様子（Ｔ：教師　Ｃ：児童）

教師の主な働き掛け	児童の活動・反応

〈本時の問題〉

水槽に水を入れた時の時間をχ分､水の深さをｙ㎝とした時の関係を表す式はｙ＝２×χです。ｙ＝２×χのグラフを方眼紙にかいてみましょう。

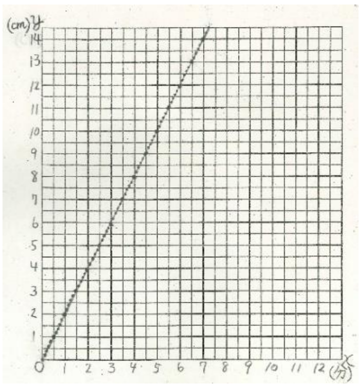
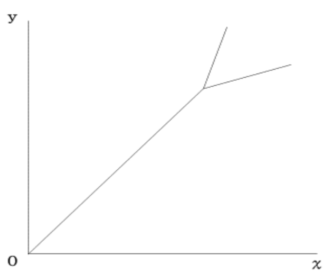
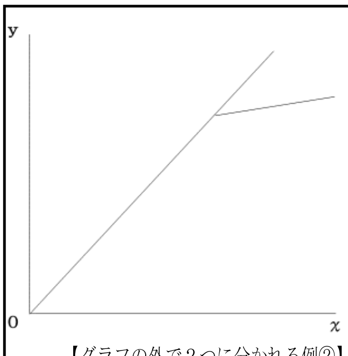
χ（分）	0	1	2	3	4	5	6	7	
ｙ（㎝）									

【導入の場面】

本時の問題を提示した後に、水槽に水を入れた時の１分毎の水の深さの関係を表す式ｙ＝２×χから、表をつくらせた。前時でも表を作っているが、今回はグラフの特徴を捉えさせるため、χの値が０の場合も表に記入させた。

表を記入した後、本時のめあてを提示した。第４学年「折れ線グラフ」での学習を想起させ、グラフのかき方を全体で確認した。その後、対応するχ、ｙの値の組を表す点をグラフに取らせた。その際、χの値（時間）を基準に考えるように声を掛けた。

教師の主な働き掛け	児童の活動・反応
【比例のグラフの特徴について考える場面】	
	Ｃ：取った点をつないでもいいですか。
Ｔ：線を引くのは少し待ってください。みんなが取った点を先生が代表してつないでみます。見ていてください。（波線を引き、誤答を示す。）どうですか。	Ｃ：そんな波線になるわけがありません。 Ｃ：波線ではなく直線になると思います。
Ｔ：確かめていないので、直線になるかもしれないし、波線になるかもしれませんね。	Ｃ：蛇口から出てくる水の量は一定なので、時間が経てば一定に増えていくことから直線になると思います。
Ｔ：そうですね。では、どのように確かめますか。	Ｃ：点と点の間にも点を取ればいいと思います。

	Ｃ：χの値を細かくしていけば点と点の間の値が分かると思います。
Ｔ：もう少し細かく点を取ってみましょう。	Ｃ：やっぱり、直線の上に点がきます。
Ｔ：χの値を0.5刻みよりも細かくした人はいますか。  【0.1刻みで点を取った児童のグラフ】	Ｃ：私は0.1刻みで点を取りました。すべての点が直線上に取れるので、波線になることはありません。もっと細かくしても直線上に点が取れると思います。 Ｃ：すごく細かく点を取っていくと、線ができるのじゃないかな。 Ｃ：直線になりました。
Ｔ：χの値を0.1ずつ増やしていった友達のグラフを見てみると、確かに直線のように見えますね。では、取った点をつないでみましょう。	
Ｔ：この直線は、この後、グラフの外でどうなると思いますか。このように（例①）二つに分かれるかもしれませんね。  【グラフの外で２つに分かれる例①】	Ｃ：それはあり得ません。
Ｔ：なぜそう思いますか。	Ｃ：ｙ＝２×χに当てはめて考えると、直線上にしか点が取れないので、２つに分かれることはありません。
Ｔ：細かく点を取った際、直線上にしか点が取れないことは確認しましたね。では、このような場合（例②）はどうでしょうか。  【グラフの外で２つに分かれる例②】	Ｃ：χの値が１増えるとｙの値が２増える関係は途中で変わらないので、二つに分かれることもないし、曲がることもありません。 Ｃ：水槽に水を一定の量で入れている限り、途中で直線が折れることはありません。 Ｃ：例えば、χが８の時は、ｙの値が16で、χが10の時は、ｙの値が20になりますが、直線上に来ます。

Ｔ：χの値が 100、200……と大きな数でも同じことが言えますか。 Ｔ：χの値が決まると、ｙの値は２個に分かれることはなく、１つに決まるということですね。	Ｃ：χの値が 100 の時は、ｙの値は 200 になります。χの値が 200 の時は、ｙの値は 400 になるので、直線が２本になることはありません。

⑸　成果と課題

本実践を行った後、「一方の値を決めると、それに応じて他方の値がただ１つに決まる」という特徴を理解するのに有効だったかを検証するために、本校の児童と本実践を受けていない他校の６年生に、調査問題を行った。

【調査問題】

○　次の文は、比例に関することをまとめたものです。□に入る言葉を書きましょう。

①　比例を表すグラフは、曲線ではなくて［直線］です。

②　比例を表すグラフは必ず［χの値０、ｙの値０］を通ります。

③　ともなって変わる２つの量χ、ｙがあるとき、
χの値が２倍、３倍……になると、ｙの値は［２倍、３倍……］になります。

④　ともなって変わる２つの量χ、ｙがあるとき、χの値が決まると
ｙの値は［ただ１つ］に決まる。

	丸の内小学校（23 人）		他校（28 人）	
①	21 人	91%	26 人	93%
②	13 人	56%	26 人	93%
③	19 人	82%	27 人	96%
④	13 人	56%	０人	０%

比例の単元が終わった段階で、上記の調査問題を実施した。「一方の値を決めると、それに応じて他方の値がただ１つに決まる」という１対１対応に関連する問題④において、丸の内小学校の児童の正答率が 56%、他校の児童の正答率が０%という結果になった。このことから、教師が誤答を示し、点と点の間には無数の点があることや点は必ず一直線上に集まることに気付かせることは、有効であったと考える。また、「グラフ外で直線が２つに分かれるかもしれない」と投げ掛け、児童を揺さぶることで、比例のグラフは一定の増え方をしていて、必ず直線になることや直線上以外のところに点が取れたり、枝分かれしたりすることはないことに気付かせたことも１対１対応を意識させるのに一定の効果があったと考える。

しかし、丸の内小学校の児童の誤答を見てみると、「絶対に」「必ず」「自動的に」などの回答が見られたことから、１対１対応をぼんやり意識はできていたものの、「１つに決まる」という意識がない児童もいることが分かった。これは、教師主導で「χの値が決まると、ｙの値は２個に分かれることはなく、１つにしか決まらないということですね」と確認したためだと考える。また、「グラフ外で直線が２つに分かれるかもしれない」と投げ掛けたときに、児童は点ではなく、線でイメージをしてしまっていた。「グラフ外では、点が２つ取れるところがあるかもしれない」と投げ掛けることで、「１つに決まる」という意識を強くもたせることができたのではないかと考える。

【中学校における実践（対象児童：鳴海中学校１年生 84 人）】

⑴　単　元　変化と対応（11／20）

⑵　目　標

二つの数量から関数関係を見いだし、その関係を活用して問題を解決することができるようにする。

⑶　手立て

単元を通して、実践を繰り返し行う。教科書で扱われている以下の４つの問題（A）～（D）について考える。

（A）関数とは何か（長方形の上の四隅から正方形の形を切り取るとき、切り取る正方形の１辺の長さとそれ以外の数量の関係）

（B）比例の導入（線香の燃えた時間と燃えた部分の長さ）

（C）反比例の導入（面積が６㎠になる長方形の縦と横の長さ）

（D）比例・反比例の利用（紙パックの重さと紙パックからできるトイレットペーパーの個数）

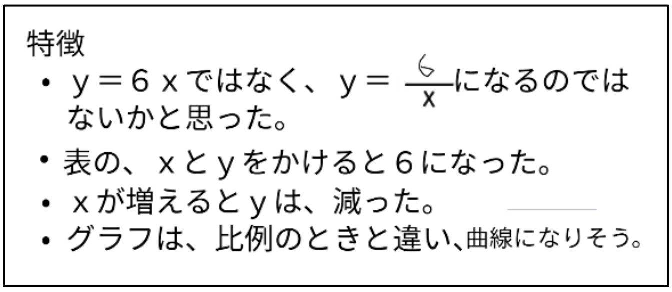
それぞれの問題において、まず、「変化している数量は何か」と発問し、変化している数量に着目させる。その後、「伴って変わっていると考えられる二つの数量は何か」と発問し、「A が変わるとＢも変わる」という関係になっていると考えられる二つの数量をいくつか考えさせる。

さらに、着目する二つの数量関係を決め、「この二つの数量は関数の関係であるか」と発問し、その上で、「なぜ関数の関係であると言えるのか」と発問することで、関数の定義である「一方の値が決まるともう一方の値がただ１つに決まる関係」ということを意識させる。さらに、「表やグラフで、本当に１対１対応の関係であると言えるか確かめよう」と発問し、表やグラフで１対１対応になっていることを全体で共有する。

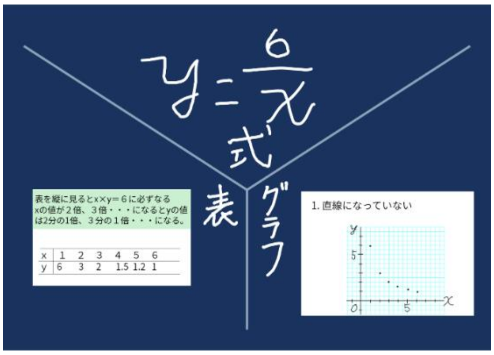
⑷　実践の様子（実践（C）「反比例」）（Ｔ：教師　Ｓ：生徒）

教師の主な働き掛け	生徒の活動・反応
Ｔ：面積が６㎠になる長方形をかきましょう。	Ｓ：縦３㎝、横２㎝の長方形ができた。 Ｓ：縦６㎝、横１㎝の長方形もかける。 Ｓ：縦 1.5 ㎝、横４㎝の長方形もかける。
Ｔ：長方形をいくつかかきましたが、このとき、変化した数量は何がありますか。	Ｓ：長方形の縦の長さ。 Ｓ：長方形の横の長さ。 Ｓ：長方形の周りの長さ。
Ｔ：変化した数量のうち、伴って変わっている数量は何でしょうか。例えば、縦の長さが変わるとそれに伴って変わる数量は何ですか。	Ｓ：長方形の横の長さです。 Ｓ：長方形の周りの長さです。
Ｔ：いくつかの伴って変わる数量が出ましたね。このとき、縦の長さは横の長さの関数と言うことができますか。	Ｓ：言えると思います。
Ｔ：それは、どうしてですか。	Ｓ：例えば横の長さが２㎝だとすると、面積が６㎠になるので、縦の長さが３㎝に決まるからです。
Ｔ：それでは、横の長さは縦の長さの関数と言えますか。	Ｓ：言えると思います。縦の長さが決まると横の長さも決まります。

Ｔ：周りの長さは縦の長さの関数であると言えますか。	Ｓ：言えると思います。縦の長さが決まると周りの長さも決まります。
Ｔ：縦の長さは周りの長さの関数であると言えますか。	Ｓ：言えると思います。周りの長さが決まると縦の長さも決まります。 Ｓ：言えないと思う。
Ｔ：どうして言えないと思うのですか。	Ｓ：例えば、周りの長さが 10 cmだとしても、縦の長さが３cmのときもあるし、２cmのときもあるから、１つに決まりません。
Ｔ：周りの長さが決まっても、縦の長さが決まらないときがあるから、縦の長さは周りの長さの関数であるとは言えないのですね。 Ｔ：それでは、表やグラフでは、どのように表されているのか調べてみましょう。（資料１，２）	



【資料１　生徒Ａの調べた結果】



【資料２　生徒Ｂの調べた結果】

⑸　成果と課題

単元の始めと終わりに、次のような調査問題を実施した。

> 右の表は、ある運送会社の荷物の重量と料金の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。重量は１kg までとする。このとき料金は、重量の関数であるといえますか。その理由も答えなさい。

重量	料金
50 g 以内	120 円
100 g 以内	140 円
150 g 以内	210 円
250 g 以内	250 円
500 g 以内	390 円
１kg以内	580 円

単元の始めに実施したときは、正答率は 84 人中 13 人で、15％だったが、単元の終わりに類似問題を実施したときは、84 人中 25 人で、30％に正答率が上がった。このことから、本実践の手立ては有効であったと考えられる。その一方で、70％の生徒は正答することができていなかった。誤答した生徒 59 人のうち、「○○が分かると○○もただ１つに決まるから」という記述をしている生徒が 33 人いた。このことから、関数が１対１対応の関係であることは理解できていても、関数関係を正しく捉えることができていない生徒がいることが分かる。課題を克服するためには、言葉を文字に置き換えて記号化して考えさせたり、問題文から関数の関係を捉える思考の過程を視覚化したりするなどの手立ての工夫が必要であると考える。