

数学的に考える力の育成
－3年「関数 $y = ax^2$ 」の指導を通して－

班八幡中
植田中

授南天白中

新郊中

1 研究の内容

(1) 研究のねらい

国立教育政策研究所（2006）は、数学的に考える力を、「算数的活動や数学的活動を支え、遂行するために必要な資質能力などの総称」と定義している。

また、現行の学習指導要領では、国立教育政策研究所（2006）が定義した数学的に考える力を基に、育成すべき数学的に考える資質・能力の中に、「日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力」や「算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度」などを養うことが述べられている。そこでA3グループでは、単元の導入で日常の事象から見付けた解決したいことをきっかけに、数学の事象として考えていく。そして、単元を通して、数学的な見方・考え方を働かせて解決した結果を統合することで、単元で学んだことを日常生活や社会の事象に活用できるようにする。

(2) 研究の手立て

手立て① 日常の事象から「単元を通しての学習課題」を見付けさせる場面設定

単元の第1時では、生徒が理解しやすい日常の場面を設定する。その際、既習の知識では解決が難しかったり、算数数学を使わず解決すると不都合が生じたりする経験をさせる。

手立て② 単元を通して学習したことを振り返り、統合していくための工夫

第2時以降では、導入時で見付けた解決したいことをきっかけに、数学の事象について考えていく。その際、前時までの問題との共通点や相違点を見付けたり、自力解決後に解決方法を比較させたりする。そこで、単元を通して、同じような数学的な見方・考え方を働かせることで、「○○の考え方が使えた」や「○○の続きを考えたい」と解決した結果を統合できるようにする。

(3) 検証方法

検証①

導入時に行った問題解決を通して感じた課題や不都合を振り返らせることで、単元で解決したいことを見付けることができたか、生徒の振り返りから検証する。

検証②

単元の最終時で取り組む日常生活や社会の事象に関する課題について、単元で学んだことをどう活用しようとしているかを、提示問題の解答における生徒の記述や振り返りから検証する。

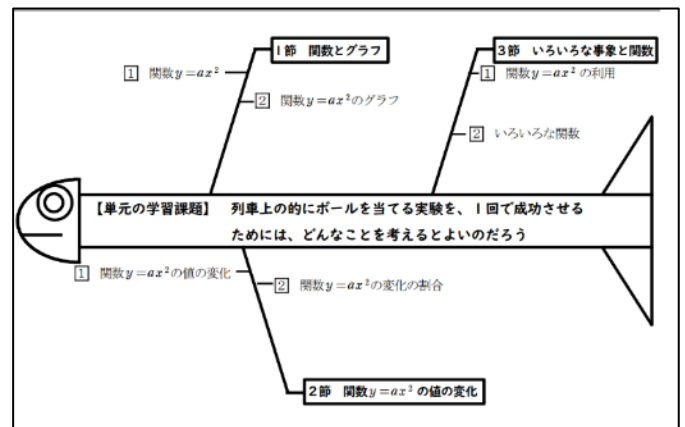
(4) 単元計画（手立ての具体化）

【第1時】 日常の事象から「単元を通しての学習課題」を見付けさせる場面設定（手立て①）

映画のワンシーンを視聴し、同じように等速直線運動で走っている列車の上にピンポン球を自由落下させぶつける実験を行うことで、既習の知識だけでは解決が難しい場面を設定する。また、「1回で成功させるためには」と条件を設定することによって、数学的に考える必要性を実感させ、「単元を通しての学習課題」を見付けさせる。

【第2時～】 単元を通して学習したことを振り返り、統合していくための工夫（手立て②）

単元全体の学習内容を小单元ごとに分け、学習した数学的な見方・考え方を働かせて解決した結果を小单元が終わるたびに、フィッシュボーンチャートにまとめさせる。また、小单元ごとに「単元を通しての学習課題」を部分的に解決する活動（追跡タイム）を行う。



【フィッシュボーンチャート】

【第17時（最終）】

関数 $y = ax^2$ について学習したことを利用して、単元を通した課題を考えさせることによって、単元を通して学んだことを活用することができたかを検証する。

2 実践の様子

<実践1>

(1) 単元 3年生 「関数 $y = ax^2$ 」 (1/17 時間)

(2) 目標

日常の事象を関数的に捉え、単元を通して解決したい課題を見付けることができるようにする。

(3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な反応・活動
T: 今日から、新しい単元に入ります。今日は、実験を通して、この問題を考えましょう。	
走行中の列車に崖の上から飛び降りる映画のワンシーンを視聴し、再現実験を行うことを伝える	
<p>【提示問題】</p> <p>列車の出発と同時にピンポン球を落として、列車上の的に当てる。レールの端から何 cm 離れたところで列車を出発させると的に当たるか求めましょう。</p>	
T: グループに分かれて、実験を行ってください。	<p>S: 思ったより列車の速さは遅いよ。</p> <p>S: ピンポン球は速く落ちるね。</p> <p>S: はじめは適当な箇所から始めてみよう。</p> <p>S: 列車がこの位置に来た時に玉が床についたから、次はここからスタートさせてみよう。</p>
T: 何 cm 離れたところで出発させるとよいでしょ	S: 私たちのグループは、78cm でした。

うか。
 T：実験は、何回目で成功しましたか。
 S：僕たちのグループは、83cm です。
 S：5回目で成功しました。
 S：12回も実験して、やっと成功でした。
 T：少ない回数で成功させることは難しいですね。
 では、単元を通しての学習課題を考えましょう。

【単元を通しての学習課題】
 列車上の的にピンポン球を当てる実験を、1回で成功させるためにはどんなことを考えればよいのだろう。

T：列車や玉の運動はどのようなものですか。
 S：なんか計算して答えを求めることはできないかな。
 S：列車の速さが知りたいね。
 S：ピンポン球を落とす高さは何cmだろう。
 S：ピンポン球の落ちる速さはどうなっているのだろう。
 S：列車は等速直線運動しています。
 S：ピンポン球は自由落下運動しています。
 T：それらの運動を計算するには、どのようなことを学ぶ必要があるでしょうか。
 S：等速直線運動は比例の式を用いて考えることができそうです。
 S：自由落下運動はどうなるんだろう。

検証事項 1

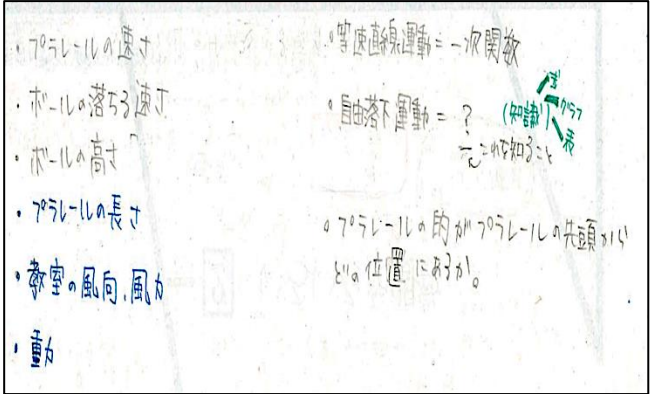
具体的な事象の実験をさせた後、問題解決を通して感じた課題や不都合を振り返らせることで、単元で解決したいことを見付けることができたか、生徒の振り返りから検証する。

○	実験についての記述に加えて、関数についての記述をすることができている。	66名
△	実験か関数のいずれかの記述をすることができた。	13名

【考察】

単元の導入の課題を、実際に実験させた後に、条件を制限したことで、課題や不都合を実感させることができ、**問題を解決するために必要となる情報について**考察させることができた。

一方、実験の結果のみに注視し、関数関係に着目できなかった生徒もいた。プラレールとピンポン球の速さの変わり方に着目させたり、「時間が決まれば、距離が求まる」などの2つの事柄の対応を意識させたりして、**理科の事象と数学の問題を関連付け、意識させる**必要があった。



【生徒の記述】

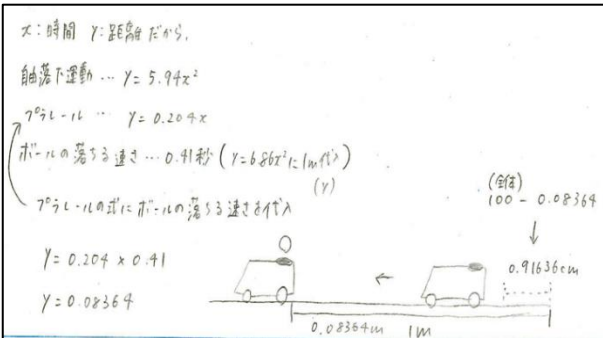
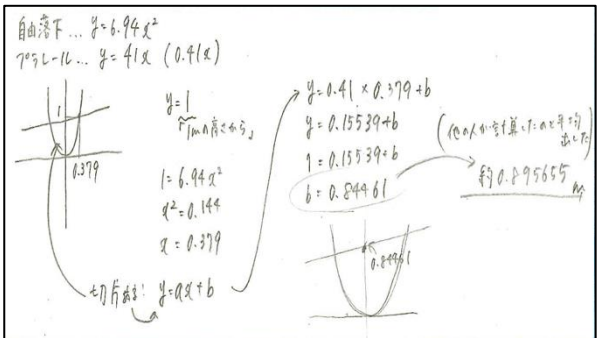
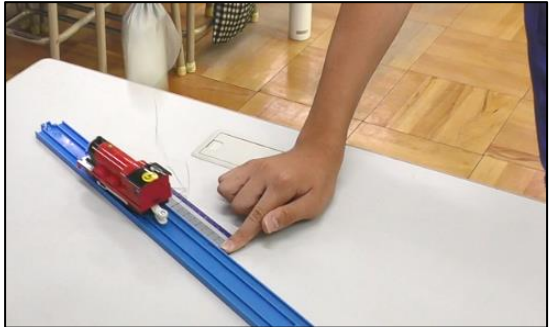
<実践2>

- (1) 単元 3年生 「関数 $y = ax^2$ 」(5/17時間)
- (2) 目標 実験結果から自由落下運動を関数 $y = ax^2$ の式で表せるようにする。
- (3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な反応・活動																						
<p>T: 今日これまでの学習内容を活用して、ピンポン球を自由落下させて、その運動を式で表すことを考えましょう。</p> <div data-bbox="178 535 772 840" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="178 840 772 907" data-label="Text"> <p>関数$y = ax^2$の式の求め方をまとめている</p> </div> <div data-bbox="247 913 703 952" data-label="Text"> <p>【フィッシュボーンチャートの記述】</p> </div> <p>T: そうですね。では、実際に測定してみましょう。</p> <p>T: 式を求めることはできましたか。</p>	<p>S: 何か学んだことを使えないか、フィッシュボーンを見てみよう。</p> <div data-bbox="892 535 1350 853" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="981 860 1272 896" data-label="Caption"> <p>【測定する生徒の様子】</p> </div> <p>S: 落ちるまでの時間をx、落ちる距離をyとして、$y = ax^2$の式に代入して求めることができます。</p> <p>S: どのように測定すると誤差が少ないかな。</p> <p>S: たくさん実験をして、落ちるまでにかかる時間の測定結果を平均すると誤差が少ないと思うよ。</p> <p>S: より高いところから落とせば、誤差は少ないんじゃないかな。</p> <p>S: $y = 7.1x^2$になりました。</p>																						
<div data-bbox="204 1361 794 1552" data-label="Table"> <table border="1"> <thead> <tr> <th>回数</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>秒</td> <td>0.31</td> <td>0.35</td> <td>0.30</td> <td>0.37</td> <td>0.31</td> <td>0.36</td> <td>0.30</td> <td>0.27</td> <td>0.36</td> <td>0.29</td> </tr> </tbody> </table> <p>平均 ≈ 0.32 s</p> <p>$3.22 \div 10$</p> </div> <div data-bbox="306 1552 786 1675" data-label="Text"> <p>実験を複数回行い、落ちるまでの時間の平均値を求めている</p> </div>	回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	秒	0.31	0.35	0.30	0.37	0.31	0.36	0.30	0.27	0.36	0.29	<div data-bbox="831 1361 1417 1552" data-label="Equation-Block"> $0.73 = a \times 0.32^2$ \downarrow 0.104 $a = 7.12890625 = 7.1$ $y = \frac{7.1}{10} x^2$ </div> <div data-bbox="927 1552 1407 1675" data-label="Text"> <p>実験して得た値を用いて$y = ax^2$の式を求めている。</p> </div>
回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10													
秒	0.31	0.35	0.30	0.37	0.31	0.36	0.30	0.27	0.36	0.29													

<実践3>

- (1) 単元 3年生 「関数 $y = ax^2$ 」(17/17時間)
- (2) 目標
 - 自由落下運動と等速直線運動を関数として捉え、問題を解決することができるようにする。
- (3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な反応・活動
<p>T: 単元の最終課題として、これまで学んできた知識や、求めた式を用いて、単元のはじめに考えた問題の類題を、計算によって解決しましょう。</p>	
<p>【提示問題】 高さ1mの位置からピンポン球を落として、スタートして1mの位置にさしかかった列車上の的に当てる。レールの端から何m離れたところで列車を出発させると的に当たるか求めましょう。</p>	
<p>T: 今、自由落下運動の式に $y = 1$ を代入して、x を求めたグループがありました。でも、その x が何を表しているのか分からず困っているようです。皆さんはどう思いますか。</p> <p>T: 今求めた時間を手掛かりにすれば、列車を出発させる位置を求めることができます。さらにグループで相談しながら、考えてください。</p>	<p>S: とりあえず、自由落下運動の式に $y = 1$ を代入して、x を求めてみよう。</p> <p>S: この x って、何を求めたの。</p> <p>S: ピンポン球が落ちる距離が $y = 1$ なので、x は玉が落ちるまでにかかる時間を表していると思います。</p> <p>S: そうか! ありがとう。</p> <p>S: 私たちの班も、同じように計算してみよう。</p> <p>S: グラフを用いて考えることはできないかな</p>
<p>(生徒の記述)</p>  <p>【式の計算によって求めている生徒の記述】</p>	 <p>【グラフを用いて求めている生徒の記述】</p>
<p>T: それでは最後に、計算で求めた結果を用いて、1回で成功することができるか実験して確かめてみましょう。</p>	 <p>【実験に取り組む様子】</p>

検証事項 2

単元の最終時で取り組む日常生活や社会の事象に関する課題について単元で学んだことをどう活用しようとしているかを、提示問題の解答における生徒の記述や振り返りから検証する。

○	実験を成功させるために必要な数値を求めることができた。	61名
△	実験を成功させるために必要な数値を求めることができなかった。	18名

【考察】

多くの班で、単元で学んだことを用いて列車の出発させる位置を求め、実験を成功させることができていた。全15班中、13班は $y = ax^2$ の式を用いて、値を代入することで解決していたが、2班はグラフを用いて解決を試みていた。

一方で、必要な数値を求めることができなかった班が3班あった。このうち1班は、求め方はあったが、途中の計算を間違え、謝った数値を答えていた。これは、式を用いて計算することはできるが、求めた x の値が何を意味しているのかを理解できず、解決の見通しをもつことができなかったためだと考える。

同じ速さで動くものの計算がわからず、自由落下運動の
速さや変化するものの計算を二次関数を使って解くことが
できなかった。一次関数も途中で間違えてしまった。二次関数
を使って解くことができた問題があるが、単位も

【単元末の生徒の記述】

3 研究のまとめ

手立て 1

導入時に日常の事象を扱い実験を取り入れたことで、生徒が具体的にイメージして取り組むことができた。また、既習の知識や見方・考え方だけでは不都合が生じる課題を設定したことで、生徒に日常の事象を解決するために数学を利用して考える必要を感じさせることができた。

しかし、日常の事象から関数関係と結びつけることができず、単元で解決したいことを見付けることができない生徒も多く見られた。実験から得られるデータを整理・分析することによって生徒がこの単元で解決したいことを見付けることができるようにしたい。

手立て 2

導入時に不都合が生じた問題を部分的に解決する活動（追跡タイム）とフィッシュボーンチャートを取り入れることで、「単元を通しての学習課題」を解決するために、単元を通して、同じような数学的な見方・考え方を働かせて解決した結果を統合し、利用することができた。

しかし、単元で学習したすべての内容をフィッシュボーンにまとめたものの、単元を通した課題を解決するときどの内容を使えば良いかわからない生徒が見られた。フィッシュボーンチャートにまとめた内容の中から、単元を通した課題を解決するための内容を整理させていきたい。

手立ての改善案

今年度、Aグループは特に手立て①の場面を中心に研究を進めた。成果と課題を基に、次年度に向けて、以下の改善案を考えた。

単元の第1時では、生徒が理解しやすい日常の場面を設定し、操作・体験活動を行う。そして、条件を制限したり、追加したりして、既習の知識では解決が難しかったり、算数数学を使わず解決すると不都合が生じたりする経験をさせる。その後、それらを整理・分析させることで、単元で解決したいことを見付けられるようにする。