

数学的に考える力の育成
—1年「変化と対応」の単元を通じた学習指導を通して—

⑧ 明豊中

⑨ 田光中

有松中

高針台中

1 研究の内容

(1) 研究のねらい

国立教育政策研究所(2006)は、数学的に考える力を、「算数的活動や数学的な活動を支え、遂行するために必要な資質能力などの総称」と定義している。また、現行の学習指導要領には、育成すべき数学的に考える資質・能力の中に「日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち、筋道を立てて考察する力」や「算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度」などを養うことが述べられている。この「日常の事象」については、あまり狭く限定して考えるのではなく、児童生徒の発達の段階に応じて、広く算数・数学の対象となる様々な事象を含めて考える必要がある。

また、学習指導要領解説には、内容のまとめ(単元)の中で学習を見通したり、振り返ったりする場面を設定することの必要性が示されている。さらに、学習指導要領では、資質・能力を育成するためには「数学的な見方・考え方」を自在に働かせることができるようにすることが挙げられている。そこで、目指す児童生徒像を「数学的な見方・考え方を働かせて、単元の第1時に、日常の事象から解決したいことを見付け、第2時以降、解決した結果を統合し、日常生活や社会の事象に活用することができる児童生徒」とする。この児童生徒像に迫るためには、第1時に生徒が理解しやすい日常の場面を設定する。第2時以降では、導入で見付けた解決したいことをきっかけに、数学の事象について考えていく。そして最終時に日常生活や社会の事象に対して、学んだ数学的な見方・考え方を活用することができたかどうかを確認していきながら、研究を進めていく。

(2) 研究の手立て

【手立て①】

単元第1時では、児童生徒が理解しやすい日常の場面を設定する。その際、既習の知識では解決が難しかったり、算数数学を使わず解決すると不都合が生じたりする経験をさせる。

【手立て②】

第2時以降では、導入時で見付けた解決したいことをきっかけに、数学の事象について考えさせていく。その際、前時までの問題との共通点や相違点を見付けさせたり、自力解決後に解決方法を比較させたりする。そこで、単元を通して、同じような数学的な見方・考え方を働かせることで、「〇〇の考え方が使えた」や「〇〇の続きを考えたい」と解決した結果を統合できるようにする。

(3) 検証方法

【手立て①】

単元第1時で行った問題解決を通して感じた課題や不都合を振り返らせることで、単元で解決したいことを見付けることができたか、生徒の振り返りから検証する。その際に、「今日の授

業を受けて、この単元でどのようなことを考えていきたいですか。」と問いを投げ掛けていく。

【手立て②】

第2時以降については、解決した結果を統合することができたかを、生徒の記述内容から調べる。そして、単元の最終時で取り組む日常生活や社会の事象に関する課題について、この単元で学んだことを日常生活や社会の事象に活用しようとしているのかを検証する。その際、提示問題の解答における生徒の記述や振り返りから検証する。

(4) 単元計画について

【第1時】

家の電子レンジのW数と温める時間の関係が反比例の関係になることに着目して、10分間で三つのものが温められるかどうかを考えさせていく。その際に、食品のW数と温める時間は、家の電子レンジのW数とは異なる値で提示していく。そうすることで、他にどのような情報が分かれば良いかを考えさせる。1つの情報だけでは関係性を導くことができない不都合な場面を経験させ、数学的に考えたら解決できると気付かせる。そうすることによって、単元を通して解決したい課題を設定できるようにしていく。

【第2時～】

変化と対応について学んだことの中で、第1時で行った課題を解決するために必要な数学的な見方・考え方（座標、比例の特徴、反比例の特徴）を、生徒自身の言葉でまとめ、記述させていくことで、統合し、発展できるようにしていく。

【最終時】

日常生活や社会の事象に関するものとして、品物の代金やポイントカードなどの情報が書かれた広告を提示し、提示したものから何と何が関数関係にあるのかを、問題作成を通して考えさせていく。さらに、作成した問題の関数関係が、既習事項なのかどうかを考えさせることで、単元を通して学んだことを活用することができたかを考えさせていく。

2 実践の様子

<実践1>

(1) 単元 1年生「変化と対応」 【第1時】

(2) 目標

事象を関数関係として捉え、どのような関数になっているかを見いだそうと取り組むことができるようにする。

(3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な反応・活動
T：電子レンジを使ったことはありますか。	S：あります。
T：電子レンジで温めるときのパワーには何Wがあるか知っていますか。	S：500W。 S：700W。 S：1500Wとかあった気がする。
T：食品を電子レンジで温めるとき、W数と温め時間が表示されているものがあります。実は、これらにはある関係が隠れています。今日は、食品を温める際のW数と時間についての問題です。	

提示問題

A、B、Cの三つの食材を 1000Wの電子レンジで順番に温めるとき、合計 10 分以内に温めることができますか？

T : 1000Wの電子レンジはなかなか家庭にはないと思うけど、そんな電子レンジで温めるならどれくらいの時間がかかるでしょう。

T :他にどんなことが分かれば、答えられそうですか。

T : 600Wでの温め時間をヒントとして見せるので、ロイロノートで確認しましょう。

S : この問題だけだとよく分からない。

S : A、B、Cそれぞれを温める時間が分かれば分かりそう。

S : 1000W以外の温め時間が分かれば分かるかも。

ヒント1

三つの食材を 600Wの電子レンジで温めるのにかかる時間
A… 3分、B… 5分、C… 8分

T : 600Wはよく使われるので情報として分かりました。これを基に考えましょう。

T : もう1つ情報として別のW数での温め時間もヒントとして出すので、この2つを基に考えましょう。

S : 600Wだと全部で16分かかる。

S : 600Wでの時間は分かっても1000Wとどんな関係があるのだろう。

S : 1000Wだと600Wよりは時間は短くなるはず。

S : 他のW数での時間も知りたい。

ヒント2

三つの食材を 500Wの電子レンジで温めるのにかかる時間
A… 3分36秒、B… 6分、C… 9分36秒

T : グループに分かれて、ヒント1とヒント2を基に、1000Wだとどうなるか考えてみましょう。

T : 2倍になると半分になりそうという以外の関係は見つかるかな？

T : 今回のW数を決めれば時間が決まるというよ

S : 今度は秒数も出てきて難しくなった。

S : $A + B = C$ の関係になっている。

S : 500Wだと全部で19分12秒かかり600Wのときより長い。

S : 500Wは1000Wの半分だから何か関係がありそう。

S : 電力が2倍ということは、温め時間は半分になるのではないかな。

S : 500Wの秒数を半分にすると1000Wでの温め時間になると思う。

S : 全部半分にすると、合計で9分36秒なので10分は切りそう。

S : 600Wから1000Wの時間を求めることもできそう。

うな、一方を決めればもう一方が決まるという関係のことを関数と言います。

T：今日の授業からもっと知りたいと思っことはありますか。

検証事項 1

本時のような関数関係について、他にどのような関数関係があるか調べたいと考えたか生徒の記述から検証する。

○	他の関数関係を調べたいと記述することができた。	12人
△	他の関数関係を調べたいと記述することができなかった。	17人

【考察】

日常生活に即した電子レンジという題材を取り上げることで、生徒は興味を示し、主体的に取り組む様子が見られた。また、必要な情報を制限して段階的に提示していくことで、他にどんな情報が必要かを考えながら問題に取り組ませることができた。しかし、500Wと1000Wという分かりやすい例を示したことで、単純に半分にすればよいと考える生徒が続出し、600Wでも確認していくという思考過程にほとんどの生徒がたどり着けなかった。そのため、答えが出て満足してしまい、他のW数や事象でも調べてみたいという意欲につなげることがあまりできなかった。

<実践 2 >

(1) 単元 1年生「変化と対応」 **【最終時】**

(2) 目標 日常生活にある事象から関数関係を見だし、その関係について正しく理解することができるようにする。

(3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な反応・活動
<p>T：日常生活には様々なところに数学で習う関係が隠れています。今日はそのような関係をいろいろ見付けてみましょう。</p> <p>T：プリントのような広告のあるスーパーに買い物に行きます。この中の条件を使って関数となる関係を見付けてみましょう。</p>	
<p>T：例えば、おつりがあるという条件を考えてみます。1000円持って行き、にんじんを1本買うとおつりはいくらになりますか。</p> <p>T：今回は持って行くお金を決めると、おつりが決まるという関数関係になりました。</p> <p>T：持って行くお金が2倍になると、おつりはどうなりますか。</p>	<p>S：1000-120で880円です。</p> <p>S：2000-120=1880円です。さっきと比べて2倍になっていないので、この関係は比例にも反比例</p>

T：このように、問題を作ることに関数関係を見付けることができます。では、実際にプリントの条件を使ってロイロノートで問題を作ってみましょう。

にもなっていない。

S：買う物を何個買うか決めると値段が決まるね。
S：割引を使うと比例の関係になりそう。
S：何人かで分けて買うと反比例の関係になりそう。

生徒が提出した問題

100g 180円の豚肉 500gを20%引きで買う時の値段 $(180 \times 5) \times 0.8 = 720$

豚肉の買う量を x 決めると y 20%引きの値段が決まる

この関係は (比例・反比例・その他) $\left\{ \begin{array}{l} 500\text{g} \rightarrow 720\text{円} \\ 1000\text{g} \rightarrow 1440\text{円} \end{array} \right.$

【比例】

豚肉100gとステーキ肉1kgを買うとポイントは何円たまるでしょう？ $6000 + 80 = 6180$
 $6180 \div 100 = 61.8$
61ポイント

買うものの値段を x 決めると y もらえるポイントが決まる

この関係は (比例・反比例・その他) $\left\{ \begin{array}{l} \times 2 \quad 6180 \rightarrow 61 \\ \div 2 \rightarrow 60 \rightarrow \div 2.3 \end{array} \right.$

【比例でも反比例でもない関数】

T：ロイロノートで他の人が提出した問題を見て他にどんな関係があるのかを確認しましょう。



【問題作成中の生徒の様子】

今日の授業の感想

身の回りに比例か反比例、その他などの関数の関係が
たくさんあることが分かった。
・比例だと思っていた関係ががウス関係だったり予想と違っていた
この単元(変化の対応)を通して学んだこと・今後にかかしていきたいこと
・例えば「目的地までの距離を一定として速度と時間での目的地までの
時間を求めたりするなどの日常生活などで役に生かしたい。

検証事項2

日常生活に点在する関数関係のある事象について興味をもち、この単元で学んだことを活用しようとしているかを生徒の記述や振り返りから検証する。

○	身の周りの関数関係に興味をもち、正しく問題を作ることができた。	20人
△	正しく問題を作ることができなかった。	8人

【考察】

今回の授業では、個人で学習を進めていくという形だったが、多くの生徒が与えられた条件を用いて、問題を作成し、その関数関係について正しく考察することができた。感想からも、思っていた以上に身の回りに関数関係があるということに驚いていた生徒も多かった。

一方で、問題を作ることはできていたが、何と何が関数関係になっているのかを正しく理解していなかったり、変数が三つ以上となる問題を作成したことで関数関係とは違ったものになってしまったりしている生徒もいた。複雑にしようと、利用できる情報を増やした結果、関数の基礎がおろそかになってしまったためだと考える。

3 研究のまとめ

手立て①

単元第1時では、日常の事象から問題に取り組みさせた。その際に、最初の段階では条件不足の問題を提示した。そうすることで、生徒は与えられた情報以外にどんな情報があれば解くことができるのかを考えることができた。その後、生徒から出た発言の中から、必要な情報を段階的に提示した。そうすることで、生徒に日常の事象を解決するために数学を利用して考える必要を感じさせることができた。

しかし、日常の事象から答えを導くことがメインになってしまい、多くの生徒が、他の関数関係が存在するのではないかと考えるところまで到達しなかった。ヒントの与え方を工夫することで、W数と温め時間が反比例の関係にあることを気付かせた上で、他の関数関係が存在するのではないかとすることに注目できたのではないかと考える。

手立て②

第2時以降では、第1時で触れた関数の定義に帰着しつつ、表・式・グラフを比較し、 x と y の変化の仕方やグラフの形から共通な部分と異なっている部分を考えさせながら進め、前時まで学習したこととのつながりを意識した記述をしている生徒が見られた。そして、最終時には、第1時と同様に日常生活の事象に取り組みさせ、この単元で学んだことを生かして、広告の中から関数の問題を作成し、何と何が関数関係になるかを考えさせた。その関係を「比例、反比例、その他」と分類させ、記述も踏まえて、1年生の関数の単元で学んだ内容を活用しようとしているかを確認したところ、この単元で学んだことを活用して多くの生徒が、問題を作ることができた。

しかし、ともなって変わるものが何と何であるのかが分からない生徒も見られた。内容を見ていくと計算が単純に違っていたり、条件と関係の部分の答えが一致していなかったりしていた。原因としては、情報の整理ができていないことが挙げられる。

手立ての改善点

今年度、Aグループは特に手立て①の場面を中心に研究を進めた。成果と課題を基に、次年度に向けて、手立て①についての改善案を考えた。

単元の第1時では、生徒が理解しやすい日常の場面を設定する。その際に、最終時とのつながりを、より見据えた場面設定をした上で、考えさせる必要があると感じた。今年度のように、日常の場面が「反比例の利用」→「関数の関係を見付け問題作成りを行う」でもよいが、「比例の利用」→「比例の利用」のような第1時と最終時に統一感があってもよいと感じた。その中で、条件を制限したり、追加したりして、既習の知識では解決が難しかったり、算数・数学を使わずに解決すると不都合が生じたりする経験をさせる。それらを整理させていく中で、もっと知りたいと思わせることで、単元で解決したいことを見付けられるようにする。

これらのことを踏まえて、来年度以降も、数学的に考える力を育てられるような授業を展開していきたい。