

## 数学のよさに気づき、よりよく問題を解決できる生徒の育成

㊦前津中 福岡 美沙      ㊦港北中 武埴 健      矢田中 山田 航輝      守山中 上田 夏瑠  
 平田中 銭上 昂汰      守山西中 水野 紗妃      千鳥丘中 高柳 潤也

### 1 研究のねらい

学習指導要領に定められた数学科の目標に、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う」がある。これは、育成を目指す資質・能力の「学びに向かう力、人間性等」に関わるものである。関数やデータの活用の領域は、日常の事象や社会の事象に関心を持ち、事象の中に隠れた法則やデータの特性を見いだしたり、日常生活や社会に生かそうとしたりする科学的な態度が必要とされ、「学びに向かう力、人間性等」と深く関わっている。

そこで、本グループでは、関数やデータの活用の領域の学習において、数学のよさを実感したり、よりよい解決方法を見いだしたりできるよう、実践に取り組んでいく。

数学のよさは、数学が生活や他教科等の学習において生かされることなどを通して実感される。それゆえ、数学が日常生活や社会生活において、また他教科の学習やその後の人生において必要不可欠なものであることに気付かせることが大切であると考ええる。

また、よりよく問題を解決するためには、問題解決の結果や過程、見いだした関数関係やデータの分布などについて説明し伝え合う機会を設け、お互いの考えをよりよいものに改めたり、一人では気付くことのできなかつたことを見いだしたりする機会を設けることが大切であると考ええる。

そこで、以下のような手立てを講じ、実践を行った。

### 2 研究の内容

**手立て①** 数学のよさに気付かせるための工夫（身近な問題と結びつける）

既習事項を復習した上で、身のまわりの事象と関連付けられた問題や解決方法が複数考えられる問題を提示することで、数学の楽しさやよさに気付かせる。

**手立て②** よりよく問題を解決させる工夫

提示問題の解法を仲間と共有させ、自分と仲間の解法を比較させる。それぞれの解法のよさなどを共有させることで、自分とは異なる考えに気づき、自分の考えをよりよくしていくことに生かせるようにする。

### 3 実践の内容

<実践①> 単元 第1学年 変化と対応（本時 17・18 / 18 時間）

準備 教師 ワークシート、ランドルト環【デジタルデータ・紙(直径7.5mm)】、メジャー  
 生徒 筆記用具、タブレット

(1) 実際の授業の流れ（1/2 時限目）

教師の主な働きかけ	生徒の反応と活動
T：今日のためには「比例・反比例を利用して様々な視力を測定しよう」です。今回は視力検査のしくみについて学び、次回に実際に視力測定をしましょう。	S：僕は目が良いので、どれくらい視力が良いのか気になります。 S：私は目が悪いので、めがねを外した視力を測定してみたいです。
T：同じ大きさのランドルト環で、すき間を判別できる距離が2倍、3倍の人は、視力も2倍、3倍と測定されます。 T：同じ距離で、ランドルト環の直径を2分の1倍、3分の1倍にしてもすき間を判別できる人は、視力が2倍、3倍と測定されます。 T：では、距離5mのところから、直径7.5mmのランドルト環のすき間を判別できれば視力が1.0なので、次の関係を式や表などに表してみよう。	S：視力は距離に比例していることが分かります。 S：視力は直径に反比例しているということですね。 ○個人で考えた後、4人班に分かれて考えを共有する。その後、全体でも共有する。

<p>生徒の記述</p>	<p>ランドルト環の直径が7.5mmのときの距離をx、視力をyとすると 視力(y)は距離(x)に(比例・反比例)し、距離5mでの視力は1.0より、xとyの関係は… (式・表・グラフなどに表してみよう！)</p> <p><math>y = 0.2x</math></p> <table border="1"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>y</td><td>0.2</td><td>0.4</td><td>0.6</td><td>0.8</td><td>1</td><td>1.2</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	5	6	y	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	<p>距離が5mのときのランドルト環の直径を4mm、視力をyとすると、 視力(y)は直径(x)に(比例・反比例)し、直径7.5mmでの視力は1.0より、xとyの関係は… (式・表・グラフなどに表してみよう！)</p> <p><math>y = \frac{a}{x}</math> <math>1.0 = \frac{a}{7.5}</math> <math>a = 7.5</math> <math>y = \frac{7.5}{x}</math></p> <table border="1"> <tr><td>x</td><td>2.5</td><td>7.5</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>3.0</td><td>1.0</td><td>0.5</td></tr> </table>	x	2.5	7.5	15	y	3.0	1.0	0.5
x	1	2	3	4	5	6																		
y	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2																		
x	2.5	7.5	15																					
y	3.0	1.0	0.5																					
<p>T：このことから、視力2.0の人や0.05の人はどれくらいの距離からどれくらいの大きさのランドルト環のすき間を判別できることがわかりますか。4人班に分かれて一緒に考えてみましょう。電卓を使っても良いです。</p>	<p>S：式でも表でも、同じ答えになります。 S：式に代入してみたら、小数の計算が少し複雑なので電卓を使います。 S：表で考えると電卓を使わずに計算できそうです。</p>																							
<p>生徒の記述</p>	<p>視力が0.05の人は、 (式・表・グラフ)をつかって考えると… <math>y = 0.2x</math> <math>y (= 0.05)</math>を代入</p> <p>距離0.25 mのところから、直径 7.5 mmのランドルト環のすき間を判別できることがわかる！</p>	<p>&lt;ほかの考え方&gt; (式・表・グラフ)をつかって考えると…</p> <table border="1"> <tr><td>x</td><td>7.5</td><td>15</td><td>30</td><td>150</td></tr> <tr><td>y</td><td>1.0</td><td>0.5</td><td>0.25</td><td>0.05</td></tr> </table> <p>距離 5 mのところから、直径150 mmのランドルト環のすき間を判別できることがわかる！</p>	x	7.5	15	30	150	y	1.0	0.5	0.25	0.05												
x	7.5	15	30	150																				
y	1.0	0.5	0.25	0.05																				
<p>T：最後に、今回は実際に視力測定を行うので班ごとに測定方法を決めましょう。</p>	<p>S：比例の式に代入するのが簡単そうなので、距離を変えて測定します。 S：動くのが面倒なので、ランドルト環の大きさを変えます。 S：タブレットでかいたグラフを使うと、計算の手間が省けて簡単そうです。</p>																							

授業の様子 (2/2 時限目)



測定する様子



考えを共有する様子

測定結果

自分は、距離 11 mのところから、直径 7.5 mmのランドルト環のすき間を判別できたので、  
計算すると…

$0.2 \times 11 = 2.2$

視力は 2.2

感想

・自分で計算して、視力を決めるのは、  
楽しかったし、おもしろかったよ。

・先生、みんな計算して視力を決めているのあんまり知らなかった。おもしろいよ、  
おもしろいよ。他にどんな式で求めることが出来るかな？少し考えてみよう。

(2) 考察 (○：成果 ●：課題)

- 視力測定は身近な問題であり、また視力を測定するための方法が比例・反比例の2種類あったり、式・表・グラフの3通りの考え方があったりした。このように、身近かつ解決方法が複数考えられる問題に取り組みさせて実際に測定させたことで、「距離を変える方が式に代入して計算しやすい」「測定時に動くのが面倒なので反比例の式を使って計算しよう」「求めた式を使ってタブレットでグラフをかけば、測定時に計算する手間が省ける」など、それぞれのよさを班の仲間と話し合った上で測定に取り組もうとする姿が見られた。
- 班の仲間と「どのような方法がよいか」を考えることができた一方、実際に測定することに慣れていなかったため準備や測定に時間がかかり、時間内に他の班の測定方法と比較し考えを深めることができなかった生徒が多かった。

<実践②> 単元 第2学年 一次関数 (本時 14/14 時間) 準備 ワークシート

(1) 実際の授業の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の反応と活動
<p><b>提示問題</b> 来年からの行事では各クラスで作ったオリジナル T シャツを着ることになりました。それぞれの広告をよく読んで、どの業者がふさわしいか考えましょう。(クラスの人数は未定)</p> <p><b>【各業者の広告の要約】</b></p> <p>① 1着 1500 円 (文字のみ・1色まで)    ② 40着まで一律 55000 円 (文字のみ・フルカラー)</p> <p>③ 20着まで一律 20000 円で、その後は1着 2000 円 (文字と絵・フルカラー)</p> <p>④ 頭金 15000 円 (文字のみ・1色まで) または 20000 円 (文字と絵・フルカラー) を支払い、1着 1000 円</p>	

T：一次関数の利用で習ったことを使って、根拠をはっきりとさせた説明をしましょう。  
 ○問題解決の際に、「一次関数を用いることで、身近な問題を効率よく整理して解決することができた」などと記述させる。

S：クラスの人数を40人とすると、一番安くなるのは、グラフより②か④の15000円の方だと分かる。フルカラーがいいので、②を選ぶ。  
 S：グラフより、②と③は20着または40着注文しないと高くなる。文字のみ・1色でよければ①。そうでなければ④の20000円を選ぶ。

**生徒の記述**

今日の学習内容を振り返ろう (例：新たに学んだこと・感じたこと・疑問に思うこと)  
 比較を多めに一次関数のグラフを多用とわかりやすい。

今日の学習内容を振り返ろう (例：新たに学んだこと・感じたこと・疑問に思うこと)  
 ①~④をグラフに表したことで傾きや切片からメリット、デメリットが考えやすくなった。絵、文字、カラーは見方によっていろいろ変わるけど数字は見方によって変わることはないため、せとく力がある。

○提示問題の解法を班の仲間と共有させ、自分の解法と比較させる。  
 ○ジグソー法を用いて他の班と考えを共有させる。  
 ○各班で聞いた考えを自分の班に持ち返って共有し、それぞれの考えを比較させる。  
 ○それぞれの解法のよさなどを記述させる。

S：自分たちの班は、それぞれの料金を一次関数の式にして考え、そこに代入していったけれど、グラフを使った方が、もっと細かい場合まで考えられると分かった。  
 S：他の班では、グラフをもとに、「○枚～○枚なら□の業者が良い」のように、細かく枚数で見えていて分かりやすかった。

(2) 考察 (○：成果 ●：課題)

- 身近な学校行事や料金形態を用いた問題を提示したことで、どの生徒も積極的に参加することができ、一次関数を用いて考えることのよさを考えながら課題に取り組む姿が見られた。
- 班で考えをまとめさせた後、他の班の考えを聞きに行き、再度自分の班に持ち返って共有をさせたことで、お互いの考えのよさに注目して自分の考えをよりよくしようとする姿が見られた。
- 一次関数の式やグラフを用いずに地道に計算を繰り返したり、説明に根拠をもてなかったりする生徒や班が一部見られた。前時までに習ってきた内容と、それによって情報が簡潔に整理できることを再度確認し、説明の際に一次関数を活用するよさに気付けるような発問をする必要があった。

<実践③> 単元 第2学年 一次関数 (本時 14/14 時間)  
 準備 ワークシート、写真

(1) 実際の授業の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の反応と活動の様子
<p><b>提示問題</b> 小田原駅(4:13 発)から名古屋駅(5:17 着)まで新幹線に乗ります。何時何分に富士山が正面に見えるか予測をしてみよう。富士山が見える位置は新富士駅です。</p>	
<p>T：予測をするためにはどんな情報が必要ですか。(乗車駅、降車駅、新幹線の種類、発車時刻、到着時刻の乗法のみを与える。)            T：得られた情報から予測をしてみましょう。</p>	<p>S：新幹線の速さ。            S：小田原駅から名古屋駅までの距離。            S：小田原駅から新富士駅までの距離。</p>
<p><b>生徒の予測</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>64分てづ              小→名 265.3 分速 4.14 km ← 265.3 ÷ 64 = 4.14              小→富 58.3 × 14分</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>発車時刻 16:14分              +14分後              16:28分</p> <p>265.3 ÷ 64 = 4.14              4.14 × 14 = 57.96分後              約14分後</p> </div>
<p>○実際の時刻が16:28だったことを伝える。</p>	<p>S：私たちは16:27~29だと予想していたので、予測の精度の高さは驚きです。</p>
<p><b>生徒の感想</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>パッと見、求めらなそうなのでも、情報と整理して必要な情報を見つけたら、求めた事分かる。</p> </div>	

生徒の感想

今回は分速が一単位と予定と調子がいい、早く行ける  
情報があるという事で、言われた事や、自分の考えのやり


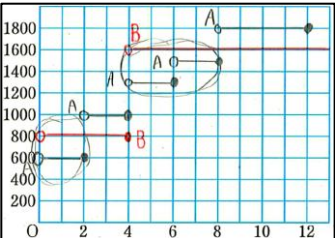
(2) 考察 (○ : 成果 ● : 課題)

- 中学3年生時に新幹線に乗って修学旅行に行くことを取り上げ、新幹線から富士山が見える時間を予測させた。生徒たちは必要な情報を整理し、計算したり、グラフを作ったりしていた。このような身近な問題に取り組ませたことで、必要な情報について考え整理することの大切さに気付かせたり、実際に計算させることによって身近にあるものの凄さに気付かせたりすることができた。
- 本実践では新幹線の速さが一定であると仮定して解き進めているが、「駅で止まった場合はどのように求めるのか」などの疑問をもつ記述が見られた。このような生徒から出てきた素朴な疑問をもとに、本問題をさらに発展させていくことが今後の課題である。

<実践④> 単元 第3学年 関数  $y=ax^2$  (本時 10/12 時間)

準備 ワークシート

(1) 実際の授業の流れ

教師の主な働きかけ	生徒の反応と活動の様子
<p><b>提示問題</b> かりんさんは、レンタサイクル店で自転車をレンタルしようとして計画しています。A店で自転車を借りるときの料金は、右の表のようになっています。また、別のB店で自転車を借りるときの料金は右のようになっていました。A店で自転車を借りた方が安くすむのはどんな場合でしょうか。</p>	
<p>T : A店で自転車を借りた方が安くすむのはどんな場合か、グループで話し合ってみましょう。</p>	<p>S : 時間によって値段が違うから、表のままだと考えにくいね。</p> <p>S : 自転車を借りる時間を <math>x</math> 時間、そのときの料金を <math>y</math> 円としたときの <math>x</math> と <math>y</math> の関係を表すグラフをかいてみよう。</p>
<p>○ 4人グループで話し合わせる。</p> <p><b>生徒のかいたグラフ</b></p> 	<p>S : 借りる時間によって、A店のほうが安い場合とB店のほうが安い場合があるね。</p> <p>S : A店の <math>y</math> の値がB店の <math>y</math> の値より小さい部分が2か所あるから、この2つの場合でAの方が安いってことになるのかな。</p>

(2) 考察 (○ : 成果 ● : 課題)

- イメージしやすい題材を用いた問題を設定したことで、どの生徒も積極的に参加することができ、グループの仲間と話し合いながら粘り強く課題に取り組む姿が見られた。
- 2種類のグラフを同時にかかせた際に、グラフから情報を上手く読み取ることができないグループがあった。グループの多くがグラフを完成させたタイミングで、グラフから分かることや読み取り方についての補足説明ができると良かった。

4 研究のまとめ

身のまわりの事象と関連付けられた問題を提示することで、いつも以上に積極的に取り組む姿が見られた。そこでは、数学を用いて解決できたことに驚く姿や、他にも数学を用いて解決できることはないかを考える姿が見られた。

また、式・表・グラフなどの複数の解決方法から選ばせることで、それぞれのよさや、問題に応じて使い分けるとよいことなどに気付く姿もあった。

提示問題を共有する際にはタブレットの利用が有効だと考えていたが、4人程度の少人数の場合は、お互いのワークシートを見ながら直接話し合うことでリアルタイムに共有でき、速やかに質問や意見交換をしながら班の仲間とよりよい方法を考えていくことができていた。全体で共有する場合や、それぞれの班ごとに考えを発表する場合などはタブレットやスクリーンの利用が有効と思われるので、場合ごとに有効な共有方法や、共有後の更なる深め合いに有効な手立てについて考えていきたい。

【参考文献】学習指導要領解説 数学編 (2017)