

数学的に考える力の育成

— 1年「文字の式」「変化と対応」の指導を通して—

① 千種台中 松浦 充 ② 明豊中 下 嵩人 田光中 生駒 俊和
有松中 圖師 直紀 白山中 玉谷 優治

1 研究の内容

国立教育政策研究所(2006)は、数学的に考える力を、「算数的活動や数学的な活動を支え、遂行するために必要な資質能力などの総称」と定義している。また、新学習指導要領解説には、「主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善」の必要性が示され、深い学びへ導く鍵として児童生徒が「数学的な見方・考え方」を自在に働かせることができるようにすることが挙げられている。

そこで、目指す児童生徒像を「数学的な見方・考え方を働かせて問題を解決し、解決した結果や方法を既習事項と関連付けながら統合的・発展的に考えることができる子ども」とする。この児童生徒像に迫るためには、導入の場面と練り上げの場面で「振り返り」を行うことが必要であると考え、特に今年度は、数学的な見方・考え方を顕在化できるように、振り返りの中に対話的な学びを取り入れて、研究を進めていく。

2 研究の内容

(1) 研究の手立て

【手立て①】

提示問題の中で、「変化したところ」と「変化していないところ」に着目させてから、過去の経験をもとに「本時に使えそうな考え方」を個人で考えさせる。その後、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから再度本時に使えそうな考え方を記述させることで、本時に使えそうな見方・考え方を顕在化し、自力解決に取り組むことができるようにする。

【手立て②】

教師が提示問題の中で「変化させるところ」を指定し、生徒に提示問題の条件を変えた問題を作成させる。問題作成後、条件を変えた問題を複数提示し、個人で問題解決に取り組んでから「統合的な問題（同じように解決できる問題）」と「発展的な問題（新たな知識が必要な問題）」に個人で分類させる。その後、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから統合的な問題と発展的な問題の違いを記述させることで、統合的・発展的に考えたことを顕在化できるようにする。

(2) 検証方法

【手立て①の検証】

導入の場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから再度本時に使えそうな考え方を記述させることで、本時に使えそうな見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができたか、生徒の記述内容から調べる。

【手立て②の検証】

練り上げの場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから統合的な問題と発展的な問題の違いを記述させることで、統合的・発展的に考えたことを顕在化することができたか、生徒の記述内容から調べる。

3 授業実践

<実践1>

(1) 単元 1年生 「2章 文字の式」文字式と数の乗法、除法 (12/20 時間)

(2) 目標

一次式と数の乗法の計算の方法を考察し、表現することができる。 (思考・判断・表現)

(3) 指導過程

| 教師の主な働き掛け | 生徒の主な発言や活動 | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---------|------------|---------|------|---------------------------------------|------------------|---|---|----|---|---|----|
| <p>1 問題を把握する。</p> <p>ベース問題 次の計算をなさい。</p> $2(3x + 4)$ <p>2 本時に使えるような数学的な考え方を顕在化する。【手立て①】</p> <p>T: ベース問題と提示問題を比較して「変化したところ」「変化していないところ」を書いてみましょう。</p> | <p>提示問題 次の計算をなさい。</p> $6(2x + 3) - 2(3x - 8)$ <p>○ 変化したところ、変化していないところを記述する。</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>ベース問題と提示問題の「変化したところ」「変化していないところ」</p> <table border="1" data-bbox="223 918 1396 1075"> <thead> <tr> <th data-bbox="223 918 821 974">変化したところ</th> <th data-bbox="821 918 1396 974">変化していないところ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="223 974 821 1019">減法がでてきた</td> <td data-bbox="821 974 1396 1019">式の構成</td> </tr> <tr> <td data-bbox="223 1019 821 1075">かっこの付いた式の形が2つに増えた</td> <td data-bbox="821 1019 1396 1075">$a(bx + c)$の式の形</td> </tr> </tbody> </table> | | 変化したところ | 変化していないところ | 減法がでてきた | 式の構成 | かっこの付いた式の形が2つに増えた | $a(bx + c)$ の式の形 | | | | | | |
| 変化したところ | 変化していないところ | | | | | | | | | | | | |
| 減法がでてきた | 式の構成 | | | | | | | | | | | | |
| かっこの付いた式の形が2つに増えた | $a(bx + c)$ の式の形 | | | | | | | | | | | | |
| <p>T: 次に提示問題を解くため使えるような数学的な考え方を最初は個人で考えてみましょう。</p> <p>T: グループで自分の考えを伝え合ひましょう。</p> | <p>○ 使えるような数学的な考え方を記述する。</p> <p>S: ベース問題と同じように分配法則を使う。</p> <p>S: まとめて計算することが必要です。</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>【本時に使えるような数学的な考え方】</p> <ul style="list-style-type: none"> • $a(bx + c)$の式の形なので、分配法則を使う。 • 文字の項は文字の項、数の項は数の項どうしでまとめる。 | | | | | | | | | | | | | |
| <p>T: グループでの話し合いを生かして再度数学的な考え方を書きましょう。</p> <p>3 本時の問題を解決する。</p> <p>T: 先程考えた数学的な考え方をもとにして、提示問題を解きましょう。</p> | <p>○ 再度使えるような数学的な考え方を記述する。</p> <p>○ 提示問題を解く。</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>《検証①》導入の場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動(対話的な学び)を取り入れてから再度本時に使えるような考え方を記述させることで、本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができたか、生徒の記述内容から調べる。</p> | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="199 1921 295 1960">評価</th> <th data-bbox="295 1921 1268 1960">評価内容</th> <th data-bbox="1268 1921 1439 1960">人数(28人)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="199 1960 295 2004">○</td> <td data-bbox="295 1960 1268 2004">本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができた。</td> <td data-bbox="1268 1960 1439 2004">15人</td> </tr> <tr> <td data-bbox="199 2004 295 2049">△</td> <td data-bbox="295 2004 1268 2049">本時に使えるような見方・考え方を顕在化できたが、提示問題を解くことができなかった。</td> <td data-bbox="1268 2004 1439 2049">6人</td> </tr> <tr> <td data-bbox="199 2049 295 2103">△</td> <td data-bbox="295 2049 1268 2103">本時に使えるような見方・考え方を顕在化できなかったが、提示問題を解くことができた。</td> <td data-bbox="1268 2049 1439 2103">7人</td> </tr> </tbody> </table> | | 評価 | 評価内容 | 人数(28人) | ○ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができた。 | 15人 | △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できたが、提示問題を解くことができなかった。 | 6人 | △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できなかったが、提示問題を解くことができた。 | 7人 |
| 評価 | 評価内容 | 人数(28人) | | | | | | | | | | | |
| ○ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができた。 | 15人 | | | | | | | | | | | |
| △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できたが、提示問題を解くことができなかった。 | 6人 | | | | | | | | | | | |
| △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できなかったが、提示問題を解くことができた。 | 7人 | | | | | | | | | | | |

4 提示問題をもとに問題づくりをして、作成された問題を解き、分類をする。【手立て②】

T：今解いた提示問題の条件を変えて、新たなオリジナル問題を作りましょう。

T：変えてもよい条件は係数、符号、かっこの数などです。

T：ロイロノートのテキスト機能を使って提出をしてください。

S：係数と符号を変えるだけなら簡単に問題が作れそうだ。

S：文字の種類を増やすと難しくなるかな。

S：どの部分を変化させてもよいのですか。

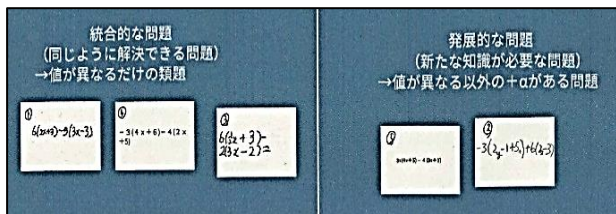
○ 自分が作成した問題をロイロノートの提出箱に提出する。

① $6(2x+3)+5(3x-3)$ ② $-3(2y-1+5x)+6(2x-3)$ ③ $6\left(\frac{1}{2}x+3\right)-2(3x-2)$
 ④ $-3(4x+6)-4(2x+5)$ ⑤ $3x(4x+5)-4(3x+9)$

T：ピックアップしたこの5問を解いてみよう。

T：では、この5問は「統合的な問題」と「発展的な問題」のどちらになりますか。分類分けしたものをロイロノートに提出して、なぜそのような分け方をしたのかを書いてみましょう。

T：次にグループで考えを共有しましょう。そしてグループで話し合った後に再度、分類分けしましょう。分けたものをロイロノートに提出してください。



5 本時のまとめをする。

T：最後、本時のまとめをしましょう。統合的な問題と発展的な問題の違いと、提示問題をどのようにしたら、統合的や発展的な問題になるかを記述しましょう。

○ オリジナル問題を自力解決する。

S：統合的な問題は、分配法則を使ってから文字どうし、数どうしを計算すればできるけれど、発展的な問題は、文字の次数が増えたり $a(bx+c)$ の式の形が3つ以上に増えたりしたので分けました。

○ グループで自分の分類の仕方と理由を確認し、考えが変われば分類の仕方を変えて、ロイロノートの提出箱に提出する。

理由

統合的な問題の方は、 x がついた数字と普通の数字の組み合わせの答えで、発展的な問題は x に2乗がついていたり、 y がついていたりするから。

S：統合的な問題は答えの項が2つで、発展的な問題は答えの項が3つという違いがあった。提示問題の数字や記号だけを変えたら、統合的な問題になり、提示問題をすべて変え、文字の個数、記号、数字、符号を減らしたり、増やしたりすると発展的な問題になると思う。

《検証②》練り上げの場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから統合的な問題と発展的な問題の違いを記述させることで、統合的・発展的に考えたことを顕在化することができたか、生徒の記述内容から調べる。

| 評価 | 評価内容 | 人数(28人) |
|----|-------------------------------|---------|
| ○ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができた。 | 19人 |
| △ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができなかった。 | 9人 |

(4) 考察

【手立て①】では、個人では見付けることができなかった生徒も、グループで考えを伝え合うことで、多くの生徒が数学的な考え方を顕在化することはできたと考える。課題として、本時の問題では、本時に使えそうな考え方は選択肢が少なかったため、ベース問題と提示問題の内容や提示の仕方に工夫が必要であると感じた。

【手立て②】については、問題作成の場面で条件を変える部分を指定したことで、問題を作成することができた。その後、ピックアップした問題を統合的な問題、発展的な問題に分類し、分類した理由を書かせると、式の形の特徴から分類することが多いように感じた。生徒の多くは分類することで満足してしまっていたので、グループで共有させる際やまとめの際に分類でとどまらないような工夫をしていきたい。

<実践2>

(1) 単元 1年生 「4章 変化と対応」 比例、反比例の利用 (17/20 時間)

(2) 目標

具体的な事象から取り出した2つの数量の関係が比例、反比例であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴をとらえ表現することができる。 (思考・判断・表現)

(3) 指導過程

| 教師の主な働き掛け | 生徒の主な発言や活動 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------------------------------|------------|----------|-------|------------------|-----------------------|---|---|---|---|---|---|-----|---|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|--|
| <p>1 問題を把握する</p> <p>ベース問題 次の表の値をみて、xとyの関係を式で表しなさい。</p> <table border="1" data-bbox="252 1061 1343 1200"> <tr> <td>x</td> <td>…</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>…</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>…</td> <td>-8</td> <td>-6</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>…</td> </tr> </table> | x | … | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | y | … | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | … | |
| x | … | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | | | | | | | | | | | | | | |
| y | … | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | … | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>提示問題</p> <p>Aさんは、100日後、200日後でも簡単に貯金額が求められる計算ロボットを開発したいと思っています。</p> <p>Aさんの現在の貯金額は0円です。</p> <p>1日目100円、2日目100円、3日目100円・・・のようにx日間貯金をしていったときの貯金額の合計をy円としたとき、計算ロボットにどのような式を与えればよいでしょうか？xとyの関係を式で表しなさい。</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>2 本時に使えそうな数学的な考え方を顕在化する。【手立て①】</p> <p>T：ベース問題と提示問題を比較して「変化したところ」「変化していないところ」を書いてみましょう。</p> | <p>○ 変化したところ、変化していないところを記述する。</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>ベース問題と提示問題の「変化したところ」「変化していないところ」</p> <table border="1" data-bbox="225 1845 1401 1991"> <tr> <td>変化したところ</td> <td>変化していないところ</td> </tr> <tr> <td>文章題になった。</td> <td>比例の関係</td> </tr> <tr> <td>マイナスの部分を考えなくなった。</td> <td>xとyの関係を式で表すところ</td> </tr> </table> | 変化したところ | 変化していないところ | 文章題になった。 | 比例の関係 | マイナスの部分を考えなくなった。 | x と y の関係を式で表すところ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 変化したところ | 変化していないところ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 文章題になった。 | 比例の関係 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| マイナスの部分を考えなくなった。 | x と y の関係を式で表すところ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>T：提示問題を解くため使えそうな数学的な考え方を最初は個人で考えて書いてみましょう。</p> | <p>○ 使えそうな数学的な考え方を記述する。</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

T : 次にグループで自分の考えを伝えましょう。
 T : グループでの話し合いを生かして再度数学的な考え方を書きましょう。

S : 表をかいて、関係を見たり、 $y = ax$ の形で表したりしていく。

【本時に使えるような数学的な考え方】

- ・表かグラフをかいて、関係を見る。
- ・ x の値が2倍、3倍、4倍…になると y の値も2倍、3倍、4倍…になっている。
- ・比例の関係になっているため、 $y = ax$ の形で表すことができる。

3 本時の問題を解決する。

T : 先程考えた数学的な考え方を基にして、提示問題を解きましょう。

○ 提示問題を解く。

《検証①》導入の場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから再度本時に使えるような考え方を記述させることで、本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解決することができたか、生徒の記述内容から調べる。

| 評価 | 評価内容 | 人数 (28人) |
|----|---|-------------|
| ○ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化し、提示問題を解くことができた。 | 15人 |
| △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できたが、提示問題を解くことができなかった。 | 4人 |
| △ | 本時に使えるような見方・考え方を顕在化できなかったが、提示問題を解くことができた。 | 9人 |

4 解決過程を振り返る。

T : 提示問題を解けた人は、どのように考えたかも含めて発表してください。

S : 表にすると、 x の値が2倍、3倍、4倍…になると y の値も2倍、3倍、4倍…になっているため、比例の関係が成り立ちます。また、 x が1増えるごとに y が10ずつ増えているので、 $y = 10x$ になります。

T : みんなが考えた「本時に使えるような数学的な考え方」はどのように使われていましたか。グループで振り返りましょう。

S : 表をかいたことで、 $\frac{y}{x} = 10$ が分かり、式を求めることができた。

5 提示問題をもとに問題づくりをして、作成された問題を解き、分類をする。【手立て②】

T : 今解いた提示問題の条件を変えて、新たなオリジナル問題を作りましょう。

S : どの部分を変化させてもよいのですか。

T : 変えてもよい条件は最初の貯金額と1日ごとに貯金額です。

T : ロイロノートのカメラ機能で写真を撮って提出をしてください。

○ 自分が作成した問題をロイロノートの提出箱に提出する。

ピックアップした問題

① 現在の貯金額 10円 1日目 50円、2日目 50円、3日目 50円、4日目 50円・・・

② 現在の貯金額 0円 1日目 1000円、2日目 1000円、3日目 1000円、4日目 1000円・・・

③ 現在の貯金額 35円 1日目 25円、2日目 50円、3日目 75円、4日目 100円・・・

④ 現在の貯金額 0円 1日目 10円、2日目 20円、3日目 40円、4日目 80円・・・

T : ピックアップしたこの4問を実際解いてみましょう。分からない問題が出てきても、4問す

○ オリジナル問題を自力解決する。

| <p>べての問題に触れてみましょう。</p> <p>T：解いた問題は「統合的な問題」と「発展的な問題」のどちらになりますか。分類分けしましょう。個人で考えたものをロイロノートに提出して、なぜそのような分け方をしたのかを書いてみましょう。</p> <p>T：次にグループでどのように分類したかとその根拠（理由）を話し合しましょう。</p> <p>6 本時のまとめをする。</p> <p>T：本時のまとめをしましょう。書く内容は話し合いの結果、統合的な問題と発展的な問題の違いについての自分の考えを記述しましょう。</p> | <p>S：②は日数×○円で解けたので$y = ax$の形になっているが、その他の①③④は日数×○+△のようにグループの話し合いで出た考え方だけでは解けなかったから。</p> <p>S：統合的な問題は、$y = ax$の形か形は若干違いうけれど、変化が一定なものなので①②、発展的な問題は変化が一定ではないし、やったこともない問題だと思ったから③④</p> <p>○ グループで分類の仕方と理由を確認する。</p> <p>S：統合的な問題は1日の変化が一定数増えているが、発展的な問題は、1日ごとの変化する量が変わっているものだと思った。</p> | | | | | | | | | |
|---|--|-------------|------|-------------|---|----------------------------|-----|---|-------------------------------|----|
| <p>《検証②》練り上げの場面で、自分の考えと他の人の考えを比較する活動（対話的な学び）を取り入れてから統合的な問題と発展的な問題の違いを記述することで、統合的・発展的に考えたことを顕在化することができたか、生徒の記述内容から調べる。</p> | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="236 1012 351 1093">評価</th> <th data-bbox="351 1012 1260 1093">評価内容</th> <th data-bbox="1260 1012 1401 1093">人数 (28人)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="236 1093 351 1146">○</td> <td data-bbox="351 1093 1260 1146">統合的・発展的に考えたことを顕在化することができた。</td> <td data-bbox="1260 1093 1401 1146">19人</td> </tr> <tr> <td data-bbox="236 1146 351 1200">△</td> <td data-bbox="351 1146 1260 1200">統合的・発展的に考えたことを顕在化することができなかった。</td> <td data-bbox="1260 1146 1401 1200">9人</td> </tr> </tbody> </table> | | 評価 | 評価内容 | 人数 (28人) | ○ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができた。 | 19人 | △ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができなかった。 | 9人 |
| 評価 | 評価内容 | 人数 (28人) | | | | | | | | |
| ○ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができた。 | 19人 | | | | | | | | |
| △ | 統合的・発展的に考えたことを顕在化することができなかった。 | 9人 | | | | | | | | |

(5) 考察

【手立て①】として、ベース問題と提示問題を工夫したことに加え、変化していないところに注目させたことで、比例の関係に気付くことができた生徒が見られた。その後、グループで考えを伝え合うことで、式に注目するだけでなく、表にも意識を向けていくことができた生徒も見られた。

【手立て②】については、グループでどのように分類したかとその根拠を話し合わせたことで、比例の関係「 $y = ax$ 」の形かどうかという観点、変化の様子が一定かどうかで分ける観点について共有する生徒が見られた。最後のまとめにつなげる際に、どのような観点でまとめればよいかを伝えていけば、更に生徒の顕在化した考えを記述することができたと考える。

4 研究のまとめ（○…成果、●…課題）

- 導入の場面や練り上げの場面で、提示問題を解くために必要な数学的な考え方をグループで伝え合うことで、問題解決に伝えそうな見方・考え方に気付かせることができた。
- 提示問題の条件を変える部分を指定したことで、生徒が作成したオリジナル問題を、分類分けするときに、条件を変えた部分に着目させ、同じように解決できる問題かどうか、新たな知識が必要かどうかを考えることができた。
- 授業のまとめでは、統合的な問題と発展的な問題の違いについて記述させたが、統合的・発展的に考えたことを顕在化することができなかった生徒も一部見られた。どのような観点でまとめるのかを伝えたり、まとめの場面での振り返りについても工夫したりする必要があると感じた。