

数学的に考える力の育成

—2年生「連立方程式」「図形の調べ方」の指導を通して—

㊦東港中 齋藤 宏紀

㊦供米田中 秋田 智昭

植田中 藤田 正和

八幡中 加藤 竜太

1 研究の内容

国立教育政策研究所(2006)は、数学的に考える力を、「算数的活動や数学的な活動を支え、遂行するために必要な資質能力などの総称」と定義している。また、新学習指導要領には、「主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善」の必要性が示され、深い学びへ導く鍵として児童生徒が「数学的な見方・考え方」を自在に働かせることができるようにすることが挙げられている。

そこで、目指す生徒像を「数学的な見方・考え方を働かせて問題を解決し、解決した結果や方法を既習事項と関連付けながら統合的・発展的に考えることができる生徒」とする。この生徒像に迫るためには、導入の場面と練り上げの場面で「振り返り」を行うことが必要であると考え、特に今年度は、「生徒が数学的な見方・考え方を顕在化できるようにすること」に焦点をあてて、研究を進めることにする。

(1) 研究の手立て

【手立て①】：導入の場面

既習の内容を基に解決できそうな問題を提示する。そこで個人で提示問題を解決するために必要な既習の知識や、見方・考え方を考え、付箋に記入させる。また、記入した付箋を小グループで共有し、本時の問題解決に必要な既習の見方・考え方を対話によって振り返らせることで、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができるようにする。

【手立て②】：練り上げの場面

提示問題を解く際に使った付箋について、「いつ使える」や「どのような場面で使える」といった4W1Hの視点<資料1>を与えて対話によって振り返りを行う。その後、小グループで提示問題の条件を変えた問題(条件変更問題)や視点を変えた発展的な問題(視点変更問題)を作成させることで問題を解決するのに働かせた数学的な見方・考え方を本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができるようにする。

【4W1Hの視点】

what…何を使うか
where…どこで使うか
when…いつ使うか
why…なぜ使うか
how…どのように使うか

<資料1>

(2) 検証方法

【手立て①】

本時の問題解決に必要な既習の見方・考え方を対話によって振り返らせることで、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができたか、提示問題の解答における生徒の記述から検証する。

【手立て②】

4W1Hの視点を与えた対話による振り返りや、条件変更問題や視点変更問題を小グループで作成させることで、提示問題を解決するのに働かせた数学的な見方・考え方を、本時の学習とつなげて考えることができたか生徒の振り返りの記述から検証する。

2 授業実践

<実践1>

- (1) 単元 2年生 「連立方程式」
- (2) 目標 働かせた数学的な見方・考え方と本時の学習をつなぎ、統合的・発展的に考えることができるようにする。
- (3) 手立ての具体化

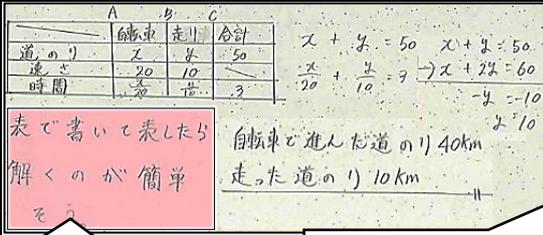
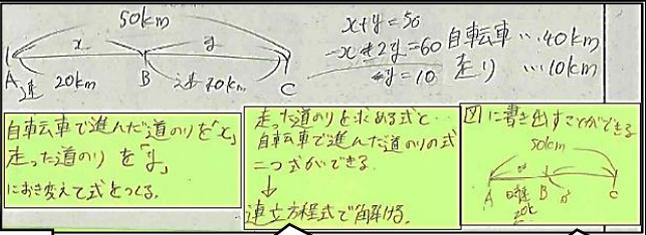
【手立て①】：導入の場面

速さ・時間・距離の問題について、「図や表を使って解く」などの既習の知識や、見方・考え方を考え付箋に記入させる。また、記入した付箋を小グループで共有し、本時の問題解決に必要な既習の見方・考え方を対話によって振り返らせることで、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができるようにする。

【手立て②】：練り上げの場面

4W1Hの視点を与えて対話によって振り返りを行う。その後、小グループで条件変更問題(時速など数値を変える等)や視点変更問題(未知数を変える等)を作成させることで、問題を解決するのに働かせた数学的な見方・考え方を本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができるようにする。

(4) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の反応と活動の様子
1 提示問題について考えさせる。	
<p>提示問題 全長50kmのコースを、スタートのA地点からB地点までは自転車で進み、B地点からフィニッシュのC地点までは、自転車を降りて走った。自転車では時速20km、自転車を降りてからは時速10kmで走って、全体3時間で完走した。自転車で進んだ道のりと走った道のりを、それぞれ求めなさい。</p>	
<p>(1) 提示問題を解決するために必要な既習の知識や、見方・考え方を考えさせて、付箋に記入させる。</p> <p>T: この問題について、「気付いたこと」、「問題を解決するために必要そうな知識」、「問題を解決するために必要そうな考え方」を考え、付箋に記入しましょう。</p> <p>(2) 記入した付箋を小グループで共有させ、本時の問題解決に必要な既習の知識を振り返らせる。(手立て①)</p>	<p>【生徒が記入した付箋の内容】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図を描く ・ 表で表したら解くのが簡単そう。 ・ 自転車で進んだ道のりと、走った道のりが分からない。 ・ 連立方程式で解ける
 <p>表で書いて表したら解くのが簡単そう。</p> <p>自転車で進んだ道のり40km 走った道のり10km</p>	 <p>自転車で進んだ道のりをx、走った道のりをyにおきかえて式をつくる。</p> <p>走った道のりを求める式と、自転車で進んだ道のりの式をつかいてみる。</p> <p>↓ 連立方程式で解ける。</p> <p>図に書き出すとわかる。</p>
<p>表で考える</p>	<p>未知数を文字でおく</p>
<p>連立方程式の解</p>	<p>線分図で考える</p>
<p>◎共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決することができた例</p>	
2 提示問題を解かせる。	

検証① 本時の問題解決に使えるような数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができたか、提示問題の解答における生徒の記述から検証する。

評価	評価内容	割合(99人)
◎	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決することができた。	64人
○	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決しようとした。	34人
△	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かすことができなかった。	1人

3 働かせた数学的な見方・考え方について、振り返らせる。(手立て②)

T:問題を解くために使った付箋の内容が、『いつ使える』や『どのような場面で使える』、『どのように使う』かについて考えましょう。

S1:線分図や表は、みはじ問題のときに使える。
S2:未知数を文字に置きかえ使うと式が作れる。
S3:絵やイラストは、文章の数量関係がよく分からない場面で使うとわかりやすくなる。

4 条件変更問題や視点変更問題を作成する。

T:グループで、提示問題の时速などの数値を変更した条件変更問題や、場面や未知数を変更した視点変更問題を作成しましょう。また、それらをどのように作成したか、解答・解説をまとめましょう。

【グループで作成した問題】

<条件変更問題>

全長 50 km のコースをスタートの A 地点から B 地点までは自転車で進み、B 地点からフィッシュの C 地点までは、自転車を降りて走った。自転車では時速 20 km、自転車を降りてからは時速 10 km で走って、全体を 3 時間で完走した。自転車で進んだ道のりと走った道のりを、それぞれ求めなさい。

<視点変更問題>

周りの長さが 3600m の池があります。A さんは分速 80m の速さで時計回りに歩きました。B さんは A さんが出発してからしばらく待ったあと、分速 100m の速さで同じ位置から反時計回りに歩きました。出発してから 2 人が出会うまでに、2 人が歩いた時間の合計は 39 分でした。A さんと B さんは、それぞれ何分ずつ歩いたのでしょうか。

5 授業の振り返りを行う。

T:連立方程式の問題を解くときに、どのように考えればよいかまとめましょう。

分からない所をズバリとする。連立方程式には分式もつくる。図を書いて分からない所を探して式を作る。

形になっている池を道にたいに直線にする。
○³⁶⁰⁰ → ←³⁶⁰⁰ →

○働かせた数学的な見方・考え方を統合的・発展的に考えることができた例【振り返りの記述より】

検証② 働かせた数学的な見方・考え方を、本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができたか生徒の振り返りの記述から検証する。

評価	評価内容	割合(99人)
○	働かせた数学的な見方・考え方を本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができた。	31人
△	働かせた数学的な見方・考え方を統合的・発展的に考えることができなかった。	68人

(5) 考察

【手立て①】で付箋を用いて既習の知識や、見方・考え方を振り返ってから提示問題を解かせたため、数学が苦手の手が止まってしまう生徒でも、付箋の内容をもとに問題を解こうとする様子がみられた。しかし、35人の生徒は問題を解決できず、付箋をどのように使ってよいか分からない様子が見られたため、提示問題を容易なものにし、グループの共有の時間を多くとるようにする。

【手立て②】では4W1Hの視点をもって話し合いを行わせることにより、働かせた数学的な見方・考え方について活発に共有されていた、しかし、問題を作成させただけでは統合・発展的に考えることが難しいため、学習のまとめにおいて、付箋や対話など、授業の流れを生徒に振り返らせていく必要があると考える。

<実践2>

(1) 単元 2年生 「図形の調べ方」

(2) 目標 対頂角や平行線の性質について考察する。働かせた数学的な見方・考え方と本時の学習をつなぎ、統合的・発展的に考えることができるようにする。

(3) 手立ての具体化

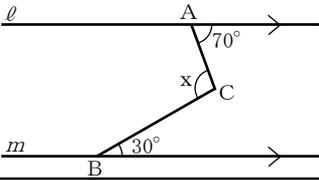
【手立て①】：導入の場面

平行な2直線の間での角の大きさを求める問題について、「補助線を引く」や「(平行な2直線について) 錯角や同位角が等しくなる」などの既習の知識や、見方・考え方を考え、付箋に記入させる。また、記入した付箋を小グループで共有し、本時の問題解決に必要な既習の見方・考え方を対話によって振り返らせることで、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができるようにする。

【手立て②】：練り上げの場面

4W1Hの視点を与えて対話によって振り返りを行う。その後、小グループで条件変更問題(角度の大きさなど数値を変える問題等)や視点変更問題(求めたい角の位置を変更した問題)を作成させ、解答・解説や振り返りがどう活かされているかをまとめさせ、働かせた数学的な見方・考え方について共有させることで、問題を解決するのに働かせた数学的な見方・考え方を本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができるようにする。

(4) 指導過程

学習活動	生徒の反応と活動の様子
1 本時のめあてをつかむ。 T：今日は今までに学んだことから角の大きさの求め方について考えます。 2 提示問題について考える。	○ 前時までを振り返り、対頂角や平行線の性質を確認させる。
提示問題 右の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。	
(1) 個人で考える。 T：この問題について、「問題を解決するために必要そうな知識」、「問題を解決するために必要そうな考え方」を考え、付箋に記入しよう。 (2) 考えたことをグループで伝えあう。(手立て①) T：付箋の内容についてグループで共有します。この問題に対して、どうしてその付箋を記入したかをポイントに発表しましょう	【生徒が書いた付箋の内容】 <ul style="list-style-type: none"> ・ 補助線を引く ・ 平行線の錯角や同位角の性質 ・ 三角形の内角の和は 180° ・ 三角形の内角・外角の性質 S1：平行線があるから錯角や同位角が使えるように思った。 S2：このまま求めることはできないので線を加えればよいと思った。 S3：線を加えると三角形ができると思った。

- 3 提示問題を解く。
T：話し合いをもとに、問題を解きましょう。

平行な線を引く

三角形を作る

同位角・錯角の性質

◎共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決することができた例

検証① 本時の問題解決に使えるような数学的な見方・考え方を働かせて問題を解くことができたか、提示問題の解答における生徒の記述から検証する。

評価	評価内容	割合(97人)
◎	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決することができた。	75人
○	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かせて、提示問題を解決しようとした。	20人
△	共有した付箋を基に数学的な見方・考え方を働かすことができなかった。	2人

- 4 問題解決を振り返る。(手立て②)

T：問題を解くために使った付箋の内容が、『いつ使える』や『どのような場面で使える』、『どのように使う』かについて考えましょう。また、分からないことや疑問点がある場合はその付箋をかいた人に質問してみましょう。

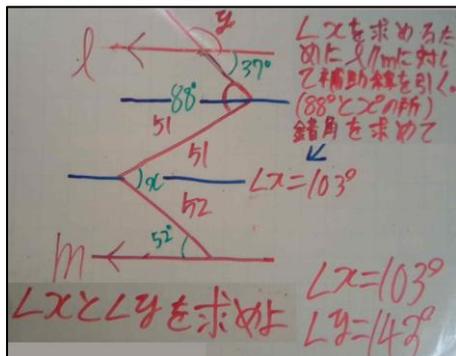
- S1：足りないと思ったので補助線が必要だと思った。
S2：角を移すときに、平行線は使える。
S3：どこに、どのように補助線を引くとよいのか教えてほしい。
S4：ここになぜ三角形を作ったのか教えてほしい。

- 5 条件変更問題や視点変更問題を作成する。
作成した問題の解答・解説を作成する。

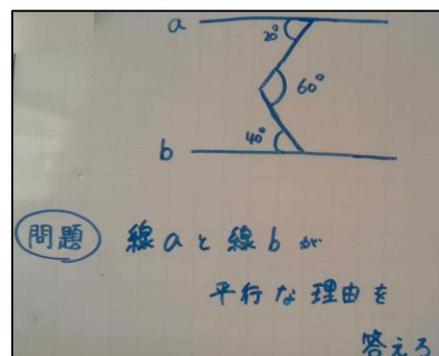
T：グループで、提示問題の角の大きさなどの数値を変更した条件変更問題や、形や位置関係を変更した視点変更問題を作成しましょう。また、それらをどのように作成したか、解答・解説をまとめましょう。

【グループで作成した問題】

＜条件変更問題＞



＜視点変更問題＞



6 学習のまとめをする。

T：この授業で使った付箋や話し合ったことと、作成した条件変更問題や視点変更問題について、同じと考えられることや、変わったことや発展させたと考えられることはどのようなことですか。

S1：∠xの位置を変えても、平行線を加えるという考え方は同じだと思った。

S2：∠xの位置が変わると、足し算が引き算に変わった（発展した）。

S3：角が増えると、補助線も増える。

∠xを、この側ではなくて、この側にすることで、計算を増やした。でも考え方はほとんど同じになった。

補助線をaとmに平行になるように引くこと。
使う角 ← 一番最初は錯角だけ使ったけれど、
このような問題は同位角、 \angle のような問題は対頂角を使う

○働かせた数学的な見方・考え方を統合的・発展的に考えることができた例

【振り返りの記述より】

検証② 働かせた数学的な見方・考え方を、本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができたか生徒の振り返りの記述から検証する。

評価	評価内容	割合(97人)
○	働かせた数学的な見方・考え方を本時の学習とつなげ、統合的・発展的に考えることができた。	63人
△	働かせた数学的な見方・考え方を統合的・発展的に考えることができなかった。	34人

(5) 考察

解決が容易な提示問題にすることで、授業時間に余裕ができ、対話の時間や、問題作成の時間を十分に確保することができた。また、様々な解き方を考えることができる問題にしたことで、問題を解くために必要な既習の知識や、見方・考え方が多く考えられるものにした。【手立て①】で付箋を用いて既習の知識や、見方・考え方を振り返ってから提示問題を解かせたことにより、実践1と同様に、数学が苦手な生徒でも、問題を解こうとする様子がみられた。【手立て②】では、前回の反省である、1つ1つの付箋の内容について深められるようにグループでなぜその付箋をかけたのか共有する対話の時間をとった。これにより、以降の問題作成の時間でも、生徒同士で4W1Hの視点により、働かせた数学的な見方・考え方を共有できていた。

3 研究のまとめ

【手立て①】の導入の場面では問題を解決するために必要な既習の知識や、見方・考え方を考え、付箋に記入させたことにより、数学が苦手な生徒でも問題に取り組む姿勢がみられた。また、実践を進めるにつれ、生徒が初めて見る問題について、既習の内容を振り返って考えようとするような発言や解答がみられるようになった。また、【手立て②】振り返りの場面では、生徒がグループで対話活動を行うとき、4W1Hの視点を基にそれぞれの付箋がどのように使えるかといったことを話し合う様子がみられた。ただ話し合いを行わせる時と比べ、「これはなぜ使おうと思った？」などのやり取りが生徒同士でも起きており、対話が活発になったため、既習の内容と関連付けて考えることができるようになった。しかし、そこからさらに発展的に考えようとする生徒の発言や記述はあまり見られなかった。条件変更を行うことで発展的に考える土台はできていたと考えるのでさらなる工夫や検証方法の改善が必要である。