

数学的コミュニケーション能力の育成

名古屋市立牧の池中学校 水谷 明敏

1 研究のねらい

学習指導要領の総説では、中学校で身につけたい能力の1つとして、「子供たちが様々な変化に積極的に向き合い、他者と協働して課題を解決していくこと」が挙げられている。また、中央教育審議会は「言語を通じて新たな情報を得たり、思考・判断・表現をしたり、他者と関わったりする力を獲得していく。言語は子供たちの学習や生活の中で、極めて重要な役割を果たしている」と述べている。中学校数学科においては、数学的活動を通して主体的・対話的で深い学びを実現するために「日常の事象や社会の事象から問題を見いだし解決する活動」、「数学の事象から問題を見いだし解決する活動」、「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」の三つを〔数学的活動〕として示している。

小島弘(2008)は、「数学的な表現力とは、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、問題の解決過程における考え方や処理の仕方や結果を分かりやすく表したり、説明したりする能力であるとし、互いに自分の考えを表現したことを基に知的なコミュニケーションを進め、学び合い、高め合うことにつながっていく。数学的な表現力は、数学的な思考力とかかわって相乗的に高まっていく関係にある」としている。私は数学の学習において「数学的コミュニケーション能力」を育成していきたいと考えた。「数学的コミュニケーション能力」とは、「数学的な表現を用いた対話をして情報を共有し、自ら深く考え、相互に考えを伝え、深めつつ課題解決する能力」である。その能力を育成するためには、表現力、思考力がともに高まる必要がある。本実践では、数学的に表現したことを互いに伝え合い表現力を高める場面、それぞれの解決過程を対話によって深めることで思考力を高める場面に手立てを講じ、研究を進めていく。なお、「思考力を高める」とは、「他者の意見を取り入れて発展的な考えをもつことができる」ことであると定義する。

2 本校の生徒の実態

本校の生徒は明るく、素朴である。数学の問題に対しても素直に臨む姿勢がうかがえる。年度初めのアンケートによると、「自分の考えを表現することができるか」という質問に対しては肯定的な回答をしたのは30人中14人であった。生徒の記述にも「自分の考えを表現することは苦手なので、得意にする方法を知りたい」などが見られた。

3 研究の手立て

(1) 数学的な表現力を高める場面

提示問題に対して、数学的な表現を用いて自分ができる最大の説明（マイベスト）を考えさせる。それを小グループで共有させ(図①)、数学的な表現を用いてグループでできる最大の説明（アワベスト）を考えさせることで、数学的な表現力を高めることができるようにする。

(2) 数学的な思考力を高める場面

アワベストを使って、発展問題を解かせた後に、アワベストがどのように解決につながったか協議させる(図②)ことで、数学的な思考力を高めることができるようにする。

図① 【グループ共有の手順】

- ①提示問題についてのマイベストを各自でプリントに記入する
- ②4人グループにして、互いの意見をロイロノートで共有する
- ③班員の意見をつなげて、アワベストを作る。

図② 【グループ協議の手順】

- ①発展問題を解く上で、アワベストについて「ここがよかった」というポイントをロイロノートのカードで作成する
- ②互いに書いた内容を共有し、よかった点、次に生かす点を確認する。

4 検証方法

- (1) マイベストを共有後、アワベストを考えさせることで、数学的な表現力を高めることができたか、生徒の発展問題を解いた記述から検証する。
- (2) 発展問題の解決にアワベストがどのようにつながったか協議させることで、数学的な思考力を高めることができたか、生徒の振り返りの記述から検証する。

5 一次実践

- (1) 単元 3年「平方根」(本時 15/18)
- (2) 目標 根拠を明らかにして、根号を含む式の計算の方法を考察し表現することができる
- (3) 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な活動									
<p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">数学的な表現力を高める場面</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 10px;">提示問題</p> $(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)$ を計算しましょう。 </div> <p>T: 他の子にも伝わるように、分かりやすい説明や使う法則などを書き出しましょう。</p> <p>T: ロイロノートでみんなの意見をつなげて、アワベストをつくりましょう。</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">生徒のマイベスト</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">生徒のアワベスト</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="font-size: small;"> <p>まずは $(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)$</p> <p>式の展開をします。 $(a + b)(c + d)$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 5$</p> <p>$= 6 + 3\sqrt{3} - 5$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ は $2\sqrt{9}$ になり $\sqrt{9}$ は 3 になるから 2×3 で 6 になる。6 になる。</p> <p>$= 3\sqrt{3} + 1$ になる</p> </td> <td style="font-size: small;"> </td> </tr> </tbody> </table>	生徒のマイベスト	生徒のアワベスト	<p>まずは $(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)$</p> <p>式の展開をします。 $(a + b)(c + d)$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 5$</p> <p>$= 6 + 3\sqrt{3} - 5$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ は $2\sqrt{9}$ になり $\sqrt{9}$ は 3 になるから 2×3 で 6 になる。6 になる。</p> <p>$= 3\sqrt{3} + 1$ になる</p>						
生徒のマイベスト	生徒のアワベスト									
<p>まずは $(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)$</p> <p>式の展開をします。 $(a + b)(c + d)$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 5$</p> <p>$= 6 + 3\sqrt{3} - 5$</p> <p>$2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ は $2\sqrt{9}$ になり $\sqrt{9}$ は 3 になるから 2×3 で 6 になる。6 になる。</p> <p>$= 3\sqrt{3} + 1$ になる</p>										
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 10px;">発展問題</p> $(2\sqrt{2} + \sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$ を計算しましょう。 </div> <p>T: アワベストを参考にしながら、発展問題を解いてみましょう。</p>										
<p>【検証①】</p> <p>マイベストを共有後、アワベストを考えさせることで、数学的な表現力を高めることができたか、生徒の発展問題を解いた記述から検証する。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td style="width: 10%;">◎</td> <td style="width: 70%;">根拠を明らかにして、問題解決できている。</td> <td style="width: 20%;">8</td> </tr> <tr> <td>○</td> <td>根拠を明らかにしていないが、問題解決できている。</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>△</td> <td>根号を含む式の乗法の計算過程を、表現できていない。</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>展開の公式を用いて問題解決をするなど数学的な表現力を高めることができた生徒が8人いた。これにより、手立てが有効であったと考える。しかし、根拠を明らかにできずになんとか解いた生徒は多く、どのように解いていいか分からず手が進まない生徒もいた。これは、他の人の考えを聞き取る力が育っていないためと考えられる。</p> <p>発展問題を解いた後に、再度マイベストを作成させる機会を設けることで、他の人の考えを聞き取ることに意識が向くように、手立てを改善していきたい。</p>		◎	根拠を明らかにして、問題解決できている。	8	○	根拠を明らかにしていないが、問題解決できている。	16	△	根号を含む式の乗法の計算過程を、表現できていない。	4
◎	根拠を明らかにして、問題解決できている。	8								
○	根拠を明らかにしていないが、問題解決できている。	16								
△	根号を含む式の乗法の計算過程を、表現できていない。	4								
<p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">数学的な思考力を高める場面</p> <p>T: この問題をグループで深めよう。それぞれが考えたアワベストについて、どこがよかったか、どこが課題かを考えよう。</p>	<p style="text-align: center;"><生徒の協議の様子></p> <p>S1: ここは乗法の公式だったよね</p> <p>S2: 公式や習ったことを式の中に見つけるのが大事だと思った。</p>									

【生徒の振り返りの記述】

自分は文字にアワベストが解という考えがなかった。今回アワベストと他の人の意見を聞いて知るこじがなかったとでも良かった。

【検証②】

発展問題の解決にアワベストがどのようにつながったか協議させることで、数学的な思考力を高めることができたか、生徒の振り返りの記述から検証する。

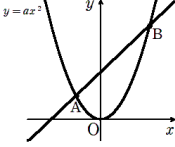
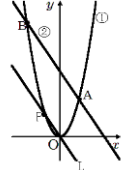
○	思考力の高まりが見られた生徒	9
	思考力が元々高く、新たな気づきがなかった生徒	8
△	思考力の高まりが見られなかった生徒	11

発展問題を解き、それがどのように解決につながったか協議させた場面では、9人の生徒がアワベストを生かして解決できたと振り返っており、「他の考えを聞くことで、新たな解き方の発見があった」と記述があるなど、手立てが有効であった様子が見られた。一方で、思考力が元々高く解決の際にそれを生かそうとしなかった生徒や、思考力の高まりが見られなかった生徒も見られた。これは、解決の際にアワベストをどう生かすかを意識できないまま、発展問題に取り組んだためと考えられる。

発展問題を解く前にアワベストを他の班と互いに共有し、自分たちとの違いをチェックさせることで、思考力が高まるように手立てを改善していきたい。

6 二次実践

- 単元 3年「関数 $y = ax^2$ 」(本時 11/16)
- 目標 根拠を明らかにして、放物線と直線が交わる問題を解く際のポイントについて考察し表現することができる。
- 指導過程

教師の主な働きかけ	生徒の主な活動	
<p>数学的な表現力を高める場面</p>		
<p>本時の問題 関数 $y = ax^2$ と直線が、2点A、Bで交わっている。点Aの座標が(-2, 2)、点Bのx座標が4であるとき2点A、Bを通る直線の式を求めなさい。</p> <p>T: マイベストを作成しましょう。言葉、数、式などで、自由に表現しましょう。みんなのよい点をつなげて、アワベストを作成しましょう。</p> <p>T: 他の班の人とグループになり、互いに作成したアワベストを共有しましょう。自分たちの班と異なる部分はチェックをしましょう。</p>	 <p>生徒のマイベスト</p> <p>①二次関数 $y = ax^2$ の式を求める → Aの値がわかっているので式に代入する $2 = 2a \rightarrow a = 0.5 \rightarrow y = 0.5x^2$</p> <p>② $y = 0.5x^2$ の式にBのx座標を代入する $\rightarrow y = 0.5 \times 4^2 \rightarrow y = 8 \rightarrow B(4, 8)$</p> <p>③ A(-2, 8) と B(4, 8) を連立させて解く $\rightarrow \begin{cases} 8 = 4a + b & \rightarrow a = 1 \\ -2 = -2a + b & b = 4 \end{cases}$ $y = x + 4$</p>	<p>生徒のアワベスト</p> <p>アワベスト</p> <p>① 二次関数の式を求め、直線の式を求める。 ② 二次関数の式に点Aのx座標を代入し、yの値を求める。 ③ ②のyの値を直線の式に代入し、xの値を求める。 ④ ③のxの値を二次関数の式に代入し、yの値を求める。 ⑤ ②と④のyの値を比較し、等しいことを確認する。 ⑥ ②と④のxの値を比較し、異なることを確認する。 ⑦ ②と④のxの値を平均し、yの値を求める。 ⑧ ⑦のxの値を二次関数の式に代入し、yの値を求める。 ⑨ ⑦のxの値を直線の式に代入し、yの値を求める。 ⑩ ⑧と⑨のyの値を比較し、等しいことを確認する。</p>
<p>発展問題 放物線 $y = 2x^2 \dots \dots$ ① と、直線 $y = mx + 14 \dots \dots$ ② が、2点A、Bで交わっており、点Aの座標は(2, 8)である原点Oを通り直線②と平行である直線Lを引く。Lと放物線①の交点をPとすると、点Pの座標を求めなさい。</p>		

T: アワベストを参考にしながら、発展問題を解いてみましょう。

S: 解く際に考える順番が書いてあって、参考になります。

【検証①】

マイベストを共有後、アワベストを考えさせることで、数学的な表現力を高めることができたか、生徒の発展問題を解いた記述から検証する。

◎	根拠を明らかにして、問題解決できている。	14
○	根拠を明らかにしていないが、問題解決できている。	10
△	放物線と直線が交わる問題の計算過程を、表現できていない。	4

マイベスト、アワベストを作成して数学的な表現力を高めることができた生徒が14人いた。これにより、手立てが有効であったと考える。一歩上、根拠を明らかにできずに機械的に解く生徒や、解決ができず手が進まない生徒もいた。マイベストからアワベストを作成する際に、視点を与えてから意見を共有させるなど、工夫していきたい。

数学的な思考力を高める場面

T: この問題をグループで深めよう。それぞれが考えたアワベストについて、どこがよかったか、どこが課題かを考えよう。

<生徒の協議の様子>

S1: この連立方程式は簡単に解けたよ。
S2: 傾きを求めるやり方もあるね。

【生徒の振り返りの記述】

・二次関数だけで求めようとしていたけど、マイベストを共有した時に、今までに習った連立方程式や変化の割合なども使って求める視野を広くすることが大切だと思いました。

【検証②】

発展問題の解決にアワベストがどのようにつながったか協議させることで、数学的な思考力を高めることができたか、生徒の振り返りの記述から検証する。

○	思考力の高まりが見られた生徒	15
	思考力が元々高く、新たな気付きがなかった生徒	6
△	思考力の高まりが見られなかった生徒	7

発展問題を解いた後にそれがどのように解決につながったか協議させた場面では、16人の生徒がアワベストを生かして解決することができたと振り返っており、思考力が高まったと考えられる。発展問題を解く前にアワベストを紹介し合い、自分と違う考えにチェックを入れることで、一次実践より思考が深まる姿が見られた。

T: この問題のマイベストを作成しましょう。

7 研究のまとめ

「数学的コミュニケーション能力」を高めることを目指して実践を行ってきた結果、数学的な表現力を高めることができた生徒、思考力を高めることができた生徒はそれぞれ6人ずつ増えた。これにより、マイベストやアワベストについて小グループで共有、協議をしたことは数学的コミュニケーション能力の育成の一助になっていると考える。一方で、未だに自分の考えを表現することが苦手な生徒や、思考がなかなか深まらない生徒がいるのが現状である。これらの生徒に対してはスモールステップで自分の考えを表現させたり、思考力を高める前に考える視点を与えてから協議をさせたりして、力を伸ばしていきたい。今後も実践を継続し、工夫して授業を行っていきたい。