

追究する生徒を育てる数学指導



名古屋市立丸の内中学校 坪井 大知

I 研究のねらい

加速度的に変化する予測が難しい社会を生徒が生きていくためには、変化を柔軟に受け止め、困難に直面しても、経験や知識と結び付け、自ら調べて明らかにすることが必要である。中学校学習指導要領解説においても、「理解していること・できていることをどう使うか（未知の状況にも対応できる『思考力・判断力・表現力等』の育成）」が求められている。しかし、令和3年度の全国学力・学習状況調査で、具体的な事象の問題を解決する上で使った考え方を、新たな問題と結び付けて解決することができた生徒は30.9%にとどまった。このことから、既習の考え方を活用して問題を解決する力を育てることは今日的な課題と言える。また、その報告書で、国立教育政策研究所は、「問題を解決し、その過程や結果を振り返って、条件を変えて考察することが大切である」と述べている。つまり、生徒が問題を解決することによって獲得した考え方を、数値や場面、形等の条件を変更させた問題でも適合するかを調べ、発展的に考察することが必要だと考える。

しかし、本校の生徒は、「どのように考えたらよいか分からない」と、問題に直面した段階であきらめてしまう生徒が多い。また、問題を解決できていても、さらに難しい問題に自ら取り組む生徒は少なく、既習の考え方を進んで活用しようとすることができていない。その原因として、考え方を獲得させることが不十分であることや、問題に取り組む上で疑問をもち、さらに「調べてみたい」という意欲を生じさせることができていないことが考えられる。

これらのことから、私は数学の授業を通して、追究する生徒を育てたいと考えた。私の考える「追究する生徒」とは、「本時の学習に必要な考え方を獲得し、既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする生徒」である。2年生「式の計算」における、追究する生徒とは、次のような生徒のことである。

【問題】 2けたの自然数と、その数の、十の位と一の位を入れかえてできる数との和は11の倍数になることを説明しなさい。	
$\textcircled{1}(10a+b) + \textcircled{2}(10b+a) = 11a + 11b = \textcircled{3}11(a+b)$ (a+b)は整数なので、2つの数の和は11の倍数になる。	本時の学習に必要な考え方
	① 2けたの整数は $10a+b$ と表す。 ② 十と一の位を入れかえた数は $10b+a$ と表す。 ③ 11の倍数は $11 \times (\text{整数})$ の形で表す。
未知の事柄の追究	
 和でなければ、どうなるかな。差の場合を考えてみよう。	和と同じように考えて、差であれば、9の倍数になることが説明できた。2けたの自然数について、いろいろな倍数になる条件を調べたいな。
 2けたの自然数でなければ、どうなるかな。3けたの自然数の場合を考えてみよう。	追究 3けたの自然数で、十の位と一の位を入れかえて考えたができなかった。どうすれば説明できるのか調べてみたいな。

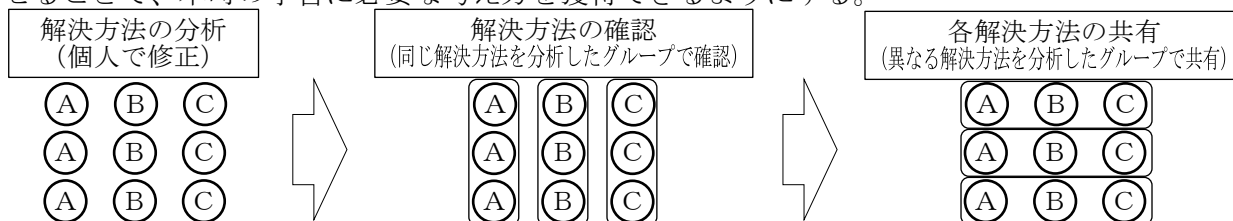
そこで、本研究では、異なる種類の誤りのある解決方法を分析し、主問題に取り組ませることで、本時の学習に必要な考え方を獲得させる。そして、獲得した考え方を活用して、数値や場面、形等の条件を変更した問題に取り組ませることで、未知の事柄を調べようとする意欲を高めさせていこうと考えた。

II 研究の内容

- 1 対象生徒 第1学年28人
- 2 手立て

(1) 本時の学習に必要な考え方を獲得する場面

異なる種類の誤りのある解決方法を提示し、下図のようなグループワークによって分析させる。その上で提示問題の数値や場面、形等の条件を変更させた難易度別の主問題から自ら一つを選択し、取り組ませることで、本時の学習に必要な考え方を獲得できるようにする。



※ A～Cは分析する解決方法を表す。

(2) 既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする場面

主問題の解答を確認した後、「～でなければ」という視点を与え、数値や場面、形等の条件を変更させた問題をペアで作らせる。その問題に取り組ませることで、既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとするができるようにする。

3 検証方法

- 【検証事項①】異なる種類の誤りのある解決方法を分析し、共有させた上で主問題に取り組ませることで、本時の学習に必要な考え方を獲得することができたか、プリントへの記述から調べる。
- 【検証事項②】「～でなければ」という視点をもとに作った問題に取り組ませることで、既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができたか、プリントへの記述から調べる。

Ⅲ 授業実践 1

1 単元 「文字と式」 (16/17)

2 本時の目標

画びょうの個数を文字を用いて式に表すことができるようにする。

3 授業の様子

(1) 本時の学習に必要な考え方を獲得する場面

提示問題 次の図で、紙の枚数が n 枚になったとき、画びょうの個数を n を使った式で表しなさい。

1枚 2枚 3枚 ... n 枚

【誤りのある解決方法A】
1枚紙が増えるごとに、画びょうが3個ずつ増えていくので、 n 枚のときは、 $3 \times n = 3n$ (個)

【誤りのある解決方法B】
1枚目に4個あり、紙が増えるごとに、画びょうが3個ずつ増えていくので、 n 枚のときは、 $4 + 3 \times n = 3n + 4$ (個)

【誤りのある解決方法C】
1枚目→4個
2枚目→7個
3枚目→10個
1枚紙が増えるごとに、画びょうが3個ずつ増えていくので、 n 枚のときは、 $3 \times n = 3n$ (個)

提示問題について個人で修正し、同じ解決方法を分析したグループで確認した後、別グループで注意すべき点やつまづいた点を共有させた。ここでは、「A」初めからある1個を加える」「B」3個ずつ増えるのは $(n-1)$ 枚分」「C」増えるのは $(n-1)$ 枚分で、最初からある4個を加える」が発表された。次に、提示問題の数値や場面、形等の条件を変更した以下のような難易度別の主問題から選択させ、取り組ませた。

主問題 次の図で、紙の枚数が n 枚(列)になったとき、次の数量を n を使った式で表しなさい。(☆は難易度を表す)

☆：画びょうの個数 ☆☆：画びょうの個数 ☆☆☆：周囲の長さ

【☆☆を解いた生徒が獲得した考え方】

1列紙が増えると画びょうは5個ずつ増えるが、左に2つ必要だから $5 \times n + 2$ $5n + 2$ (個)

ともなって変わる数量関係について理解できている。数量を文字式に表すことができている。

【検証①】 異なる種類の誤りのある解決方法を分析し、共有させた上で主問題に取り組ませることで、本時の学習に必要な考え方を獲得することができたか、プリントへの記述から調べる。

○	本時の学習に必要な考え方を獲得することができた。	21人
△	本時の学習に必要な考え方を獲得することができなかった。	7人

【考察】 本時の学習に必要な考え方を獲得することができていない生徒が7人いた。これらの生徒は、提示問題で共有させた考え方について理解できていなかった。グループワークの中で、解決方法のみに触れることが多く、注意すべき点やつまづいた点についての共有が不十分であったからだと考える。

(2) 既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする場面

多くの生徒は、「四角形でなければ、五角形」、「平面でなければ、立体」などと条件を変えた問題を作り、その問題に取り組むことができた。解決することができた生徒がいた一方で、規則正しく変化しておらず、式に表すことができない場合があり、解決することができない生徒もいた。その後、授業を通して、今後どのようにしていきたいかを記述させた。

作成した問題	振り返りの記述
図形を五角形に変えた問題	規則から式を作ることができる。どんな平面や立体でも規則さえ分かれば式が作れるかやってみよう。
【検証○】既習の考え方である規則性を踏まえて文字式に表すことを活用して、立体などについても調べようとする態度が見られることから、未知の事柄を調べようとする事ができている。	
画びょうの数を変えた問題	値を変えても解くことができた。他の問題も作って解いてみたい。
【検証△】既習の考え方である規則性を踏まえて問題を解きたいという姿勢はあるが、未知の事柄を調べようとする態度は見られなかった。	

平面でなければ

【生徒が作成した問題】
別車もつくり出す。つぎは2個と下の図のように作り出す。
列車の一部が重なるようにタイヤで規則正しく止めた。
列車のとき、タイヤは1個つ必要が何個? 先に裏面も考えることとしよう



【検証②】 「～でなければ」という視点をもとに作った問題に取り組ませることで、既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができたか、プリントへの記述から調べる。

○	既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができた。	11人
△	既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができなかった。	17人

【考察】 既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができていない生徒が17人いた。ペアで条件変更した問題を作り、解決させ、振り返りを記述させるだけでは、既習の考え方を活用して問題を解きたいという記述にとどまり、未知の事柄を調べようとするまでには至らなかった。ペアで作った問題をグループで共有させることで、より多くの視点を与え、それらを踏まえた振り返りの時間を設定する必要があると考える。

4 手立ての改善

(1) 本時の学習に必要な考え方を獲得する場面

本時の学習に必要な考え方を意識させるために、グループワークの共有において、注意すべき点やつまづいた点を再度振り返らせ、「どのように解決したか」という発問を加える。

(2) 既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする場面

より多くの視点を与えるためにペアで作った問題と解決過程をグループで共有させる。それらを踏まえて、授業の最後にそれぞれの場面を総括的に振り返らせる。

IV 授業実践 2

1 単元 「方程式」(14/16)

2 本時の目標

数量関係を方程式に表し、それを利用して問題を解決することができるようにする。

3 授業の様子

教師の主な働き掛け	生徒の主な発言や活動						
1 異なる誤りのある解決方法を分析し、共有させる							
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 提示問題 常滑市で行われる「愛知アクアスロン大会」で、全長 12km のコースを、スタートから A 地点までは時速 4 km で泳ぎ、A 地点からゴールまでは時速 10km で走る。1 時間 30 分でゴールできるとき、泳いだ時間を求めなさい。 </div>							
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 【誤りのある解決方法A】※1時間30分⇒1.5時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、$\frac{x}{4}$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、$\frac{1.5-x}{10}$ km 走った。 $\frac{x}{4} + \frac{1.5-x}{10} = 12$ $x = 79$ 79 時間  </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 【誤りのある解決方法B】※1時間30分⇒1.3時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、$4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、$10(1.3-x)$ km 走った。 $4x + 10(1.3-x) = 12$ $x = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \text{ 時間}$  </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 【誤りのある解決方法C】 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、$4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、$10x$ km 走った。 $4x + 10x = 12$ $x = \frac{6}{7}$ $\frac{6}{7} \text{ 時間}$  </td> </tr> </table>		【誤りのある解決方法A】※1時間30分⇒1.5時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $\frac{x}{4}$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $\frac{1.5-x}{10}$ km 走った。 $\frac{x}{4} + \frac{1.5-x}{10} = 12$ $x = 79$ 79 時間 	【誤りのある解決方法B】※1時間30分⇒1.3時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $10(1.3-x)$ km 走った。 $4x + 10(1.3-x) = 12$ $x = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \text{ 時間}$ 	【誤りのある解決方法C】 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $10x$ km 走った。 $4x + 10x = 12$ $x = \frac{6}{7}$ $\frac{6}{7} \text{ 時間}$ 			
【誤りのある解決方法A】※1時間30分⇒1.5時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $\frac{x}{4}$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $\frac{1.5-x}{10}$ km 走った。 $\frac{x}{4} + \frac{1.5-x}{10} = 12$ $x = 79$ 79 時間 	【誤りのある解決方法B】※1時間30分⇒1.3時間 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $10(1.3-x)$ km 走った。 $4x + 10(1.3-x) = 12$ $x = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \text{ 時間}$ 	【誤りのある解決方法C】 泳いだ時間を x 時間とすると、スタートから A 地点までは、 $4x$ km 泳ぎ、A 地点からゴールまでは、 $10x$ km 走った。 $4x + 10x = 12$ $x = \frac{6}{7}$ $\frac{6}{7} \text{ 時間}$ 					
本時の学習に必要な考え方を獲得する場面 T: 解決方法には誤りがあるので、修正して、解決しましょう。 T: 誤っていた部分はどこですか。同じ解決方法を分析したグループで注意すべき点やつまづいた点を振り返り、どのように解決したかを確認しましょう。 T: 次に、異なる解決方法を分析したグループでも注意すべき点やつまづいた点を振り返り、どのように解決したかを共有しましょう。	S: どこが間違っているのだろう。 S: A は距離を速さ×時間で表せてないね。 S: B は 1 時間 30 分を 1.5 時間と表せてないね。 S: C は走った時間も x 時間としているね。 S: 距離、速さ、時間の関係を文字式で表すことが大切だね。 S: 等式が成立するように単位にも注意だね。						
2 自分に適した問題を選択させ、解決させる T: 難易度が 3 段階あるので、自分に適した問題を選択し、解決しましょう。	S: 最初の問題と同じ感じだ。複数の問題をやってみたいな。						
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 主問題 (☆は難易度を表す) ☆: A 地点から 11km 離れた B 地点まで行くのに、はじめは時速 10km で走り、途中からは時速 4 km で歩いたところ、2 時間 30 分かかった。走った時間を求めなさい。 ☆☆: 「愛知アクアスロン大会」で、全長 12km のコースを、スタートから A 地点までは泳いで進み、A 地点からゴールまでは走る。スタートから A 地点までは時速 6 km で 20 分泳ぎ、A 地点からは時速 20km で走っていたが、疲れてしまい、途中から時速 10km で走ったところ、1 時間でゴールできた。疲れる前に走った時間を求めなさい。 ☆☆☆: オリンピックの種目である水泳、自転車、ランニングの 3 種目を続けて行う全コース 51.5 km のトライアスロンに出場する。水泳では時速 5 km で 1.5 km 泳ぎ、自転車では時速 30km で走り、ランニングでは時速 15 km で走ると、3 種目の合計時間は 2 時間 18 分かかる。また、自転車で走った距離はランニングで走った距離の 4 倍である。ランニングで走った距離を求めなさい。 </div>							
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 【☆を解いた生徒が獲得した考え方】 走った時間を x 時間とすると、A から中間地点まで $10x$ km 走ったことになる。A 地点から B 地点までは $4(25-x)$ km 歩いた。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 5px;"> 距離、速さ、時間の関係を表すことができている。単位変換を含んだ数量関係について理解できている。 </div> </div>							
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 【検証①】異なる種類の誤りのある解決方法を分析し、共有させた上で主問題に取り組みさせることで、本時の学習に必要な考え方を獲得することができたか、プリントへの記述から調べる。 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tr> <td style="width: 5%; text-align: center;">○</td> <td style="width: 85%;">本時の学習に必要な考え方を獲得することができた。</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">24 人</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">△</td> <td>本時の学習に必要な考え方を獲得することができなかった。</td> <td style="text-align: center;">4 人</td> </tr> </table> <p>【考察】本時の学習に必要な考え方を獲得することができていない生徒が 4 人いた。考え方を共有することはできていたが、それをどの場面で活用すればよいか理解できていなかったと考える。</p> </div>		○	本時の学習に必要な考え方を獲得することができた。	24 人	△	本時の学習に必要な考え方を獲得することができなかった。	4 人
○	本時の学習に必要な考え方を獲得することができた。	24 人					
△	本時の学習に必要な考え方を獲得することができなかった。	4 人					

T: 解決方法をロイロノートで配信したので、それぞれが解いた問題の答え合わせをしましょう。	
既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする場面 3 主問題を条件変更して、問題を作り、解決させる T: 主問題の数値や場面、形等の条件について「～でなければ」という視点で、ペアで変更して、問題を作り、解決しましょう。 T: 条件変更して作った問題と解決過程をグループで共有しましょう。	S: 時間が x でなければ、走った距離を x にしよう。 S: タイムが 2 時間 18 分でなければ、自転車の速さをどうすればよいのだろう。 S: そんな問題も作れるんだ。どう考えたのかな。 S: 何で時間がマイナスになったんだろう。
4 本時の学習を総括的に振り返らせる T: 今日の授業を振り返りましょう。まず、何をしましたか。 T: 次に何をしましたか。 T: 最後に何をしましたか。 T: 条件変更した問題を作ったり、グループで共有したりして、何を思いましたか。 T: 授業全体を通して、今後どのようにしていきたいかをプリントに記述しましょう。	S: 間違った解答を直して、グループで共有しました。 S: 自分に合った問題を解きました。 S: ペアで条件を変えた問題を作って解きました。それをグループで共有しました。 S: いろんな条件変更の方法があって、すごかった。 S: 解き方はよく似てたよね。

【生徒が作成した問題】
12kmのコースをスタートからA地点まで半時速6kmで泳ぎ、A地点からゴールまで半時速10kmで走る。2時間30分でゴールしたとき、泳いだ時間を求めなさい。
時速4kmでなければ

作成した問題	振り返りの記述
速さと時間を変えた問題	答えがマイナスになってしまった。速さと時間の関係が合っていなかったのだと思う。どの数なら答えが出てくるのかを知りたい。正しく答えが出るためのきまりがあるのかも調べてみたい。
【検証○】既習の考え方である距離、速さ、時間の関係を踏まえて方程式を作ることを活用して、解が負の数にならない場合について調べようとする態度が見られることから、未知の事柄を調べようとする事ができている。	
途中地点を増やした問題	結局、値が変わるだけだから、図をかいてまとめると分かりやすい。距離、速さ、時間の関係の問題は、基本的に図をかけば大丈夫。
【検証△】図をかけば解くことができるというように解決方法にしか目を向けることができなかつた。このことから、未知の事柄を調べようとする態度は見られなかつた。	

【検証②】「～でなければ」という視点をもとに作った問題に取り組み、それらの問題をグループで共有させることで、既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができたか、プリントへの記述から調べる。

○	既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができた。	19人
△	既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができなかつた。	9人

【考察】既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができていない生徒が9人いた。条件変更をする際に、数値を変更した問題を作る生徒が多かつたことから、グループ内で同じような問題を共有したからだと考える。数値以外の場面、形等の条件の変更を全体で共有していく必要がある。

V 研究のまとめ

「本時の学習に必要な考え方を獲得する場面」では、異なる種類の誤りのある解決方法を分析し、共有させた上で主問題に取り組みさせることで、多くの生徒が本時の学習に必要な考え方を獲得することができた。グループワークを行う際に、注意すべき点やつまづいた点を再度振り返らせる発問をし、本時の学習に必要な考え方を意識させることが大切であることが分かつた。しかし、一部の生徒はグループワークの中で、考え方を共有していても、その考え方をもとにして主問題に取り組むことができなかつた。本時の学習に必要な考え方を確実に獲得させるために、提示問題の難易度や主問題の提示の仕方を工夫していきたい。

「既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする場面」では、「～でなければ」という視点をもとに作った問題に取り組み、それらの問題をグループで共有させることで、7割程度の生徒が既習の考え方を活用して、未知の事柄を調べようとする事ができた。ペアで作った問題と解決過程をグループで共有させ、それらを踏まえて、授業の最後にそれぞれの場面を総括的に振り返らせることが大切だと分かつた。しかし、一部の生徒は数値のみの条件を変更した問題しか触れることができなかつたことから、他の条件を変更した問題に触れる機会がなく、未知の事柄について考えることができなかつた。今後は、より未知の事柄について調べようとする態度を促すために、「～でなければ」という視点で考えたことをロイロノートを使って共有し、より多くの数値以外の場面、形等の条件を変更したペアの問題に触れられるようにしていきたい。

これらのことを踏まえ、実践を続け、数学の学習指導を通して、追究する生徒の育成をしていきたい。

【参考文献】 文部科学省「中学校学習指導要領解説数学編」(2017)
国立教育政策研究所「令和3年度 全国学力・学習状況調査 報告書」(2021)